

ISSN 2949-5598

ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Том 32 № 1 2025

Новосибирск
Издательство Института математики

МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ ДЛЯ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ АНТЕНН НА СТАДИОНЕ

А. Д. Юськов

Новосибирский гос. университет,
ул. Пирогова, 2, 630090 Новосибирск, Россия
E-mail: a.yuskov@g.nsu.ru

Аннотация. Рассматривается задача размещения антенн на стадионе. Стадион разделён на секторы, и на каждый сектор назначается некоторое число антенн связи. Пользователи должны получать сигнал определённого качества от антенн, назначенных на их сектор. Задача состоит в том, чтобы выбрать места размещения антенн, их типы, углы направления и назначения на сектора так, чтобы максимизировать три критерия качества решения: среднее отношение сигнал/помехи (signal to interference ratio, SIR), количество клиентов с хорошим качеством сигнала и согласованность назначения. Вычисление качества сигнала производится при помощи имитационной модели. В работе представлена трехэтапная эвристическая схема для решения задачи. Она использует конструктивную эвристику, процедуру локального улучшения и эвристику на основе декомпозиции задачи по секторам с использованием модели целочисленного линейного программирования. Проведены численные эксперименты на тестовых примерах с 94 антеннами 7 типов, 19 секторами и 4426 пользователями. На данных примерах удалось за 2 ч улучшить предоставленные базовые решения и получить решения, сравнимые с запуском метаэвристического пакета на 24 ч. Табл. 2, ил. 3, библиогр. 17.

Ключевые слова: оптимизация «чёрного ящика», метаэвристика, беспроводная сеть, качество сигнала, SINR.

Введение

В век информационных технологий качество услуг беспроводной связи должно отвечать высоким стандартам, поэтому существует необходимость в разработке методов оптимизации сетей связи. Услуги беспроводной сети в местах массового скопления людей, таких как стадионы [1] или лекционные аудитории [2], предоставляются с помощью специально

организованной системы антенн. Чаще всего моделирование распространения сигнала производится при помощи эмпирических формул, таких как [3] или [4].

При оптимизации размещения антенн в литературе обычно встречается два полярных подхода: один из них предполагает полное знание законов распространения сигнала, а другой — использование общих метаэвристических методов, которые оптимизируют целевую функцию как «чёрный ящик». В первом случае, принимая во внимание некоторые упрощения, иногда удаётся построить модель, которая позволяет найти оптимальное решение [5]. Однако у этого подхода есть несколько недостатков. Его применимость зависит от конкретной конфигурации устройств и геометрии местности и требует полного знания данных характеристик. Он также требует некоторого упрощения формул и, как следствие, результаты могут расходиться с действительностью. Кроме того, может потребоваться большое количество вычислительного времени для полного решения.

Второй подход не требует точного знания формул распространения сигнала: функции могут быть выражены при помощи компьютерной программы, в том числе использующей экспериментальные данные и машинное обучение [6]. Кроме того, при смене внутренней модели, например вследствие получения новых данных, он не требует изменения алгоритма. Однако, так как алгоритм оптимизации не использует никаких свойств задачи, его эффективность на больших размерностях может не удовлетворять потребности. Популярным классом алгоритмов в этой сфере являются генетические алгоритмы [7]. Их достоинством в том числе является то, что они способны решать многокритериальные задачи [8, 9].

В этой работе применяется смешанный подход, при котором часть данных задачи считается известной и используется алгоритмами, а другая часть получается от имитационной модели как от «чёрного ящика». Рассматривается задача оптимизации размещения антенн на стадионе. Весь стадион разделён на зоны обслуживания, называемые секторами. Каждый сектор содержит некоторое число мест для посетителей, которые будем называть «ячейками». В любом таком месте посетители должны получать сигнал хорошего качества, для чего на каждый сектор назначается некоторое число антенн. Одна антенна назначается ровно на один сектор, при этом антенны одного сектора действуют совместно, усиливая сигнал друг друга, а антенны, назначенные на разные секторы, мешают друг другу. Сила сигнала в каждой ячейке вычисляется при помощи имитационной модели. Задача заключается в том, чтобы определить расположение антенн, углы их направления и назначение

на секторы так, чтобы максимизировать общее качество сигнала, определяемое несколькими метриками. Такими метриками являются число клиентов с хорошим качеством сигнала, среднее значение отношения сигнал/помехи-шум (signal to interference + noise ratio, SINR) [10] и согласованность с назначением. Согласованность определяется как число ячеек, которые получают сигнал от антенн, назначенных именно на их сектор. Равномерное распределение клиентов по секторам важно для балансирования нагрузки на сеть. Таким образом, данная задача является задачей смешанной целочисленной нелинейной многокритериальной оптимизации с неявно заданными функциями [11–14].

Для её решения в настоящей статье разработана схема из трёх процедур, применяемых последовательно. На первом этапе конструктивная эвристика создаёт начальное решение. К этому решению применяется процедура локального улучшения. Затем используется итеративная эвристика, основанная на декомпозиции задачи по секторам. Эвристика оптимизирует каждый сектор в отдельности, собирает итоговое решение с помощью модели целочисленного линейного программирования и вновь оптимизирует секторы в новом окружении. Полученные решения уточняются при помощи дополнительного запуска процедуры локального улучшения. Эти процедуры на каждом из этапов используют взвешенную свёртку критериев. Варьируя весовые коэффициенты свёртки можно получать различные решения на Парето-границе. Такая схема является развитием подхода, представленного в предыдущей статье [15]. Для оценки эффективности алгоритмического подхода использованы два реальных тестовых примера, в которых также имеются базовые решения. Сравнение производилось с базовыми решениями, а также с предыдущей версией подхода. Первый пример содержит 4426 ячеек, 17 секторов, 7 типов антенн и 27 антенн изначально. Второй пример содержит 3551 ячейку, 19 секторов, 4 типа антенн и изначально 47 антенн. Разрешается ставить не более чем в два раза больше антенн, чем в базовом решении. Эксперименты показали, что разработанная схема улучшила качество покрытия на 10 %, а SINR — по меньшей мере на 12 % без ухудшения согласованности.

Остальная часть статьи организована следующим образом. В разд. 1 представлены обозначения, формулировка задачи и модель смешанного целочисленного нелинейного программирования (MINLP). В разд. 2 приведена схема декомпозиции, являющаяся основным вкладом данной статьи. В разд. 3 приводится полная схема метода для нахождения не доминируемых по Парето решений. Разд. 4 описывает тестовые примеры и показывает эффективность алгоритмов. В заключении приводятся выводы касательно данного подхода.

1. Постановка задачи

Рассматривается следующая структура задачи. На стадионе имеется несколько уровней, каждый из которых разбит на секторы, а сектор состоит из набора ячеек. Введём множество уровней F , множество секторов S и множество ячеек C . Через S_f обозначим множество секторов на уровне $f \in F$, а через C_s — множество ячеек в секторе $s \in S$. Также введём множество I доступных мест для размещения антенн и множество T типов антенн. Наша задача — определить размещение антенн $X = \{x_j\}$, $x_j = \langle i_j, t_j, p_j, s_j \rangle$, где $i_j \in I$ — слот для размещения антенны j , $t_j \in T$ — её тип, $p_j \in [0, 360] \times [0, 90]$ — её ориентация в пространстве, а $s_j \in S$ — присвоенный ей сектор.

Для вычисления мощности $R_{cs}(X)$ принимаемого сигнала (reference signal received power, RSRP) в ячейке $c \in C$ от антенн, назначенных на сектор $s \in S$, используется имитационная модель. С помощью этой модели для каждой ячейки $c \in C$ рассчитывается значение SINR $Q_c(X)$ по формуле

$$Q_c(X) = 10 \log \frac{\max_{s \in S} R_{cs}(X)}{\sum_{s \in S} R_{cs}(X) - \max_{s \in S} R_{cs}(X)}. \quad (1)$$

Эта формула не учитывает внешний шум, поэтому величину $Q_c(X)$ можно также назвать отношением сигнал/помехи (signal to interference ratio, SIR).

Качество решения измеряется следующими метриками. *Качество покрытия* $\mathcal{Q}$ — это число ячеек, где SINR не меньше некоторого порогового значения Q_0 :

$$\mathcal{Q}(X) = |\{c \in C \mid Q_c(X) \geq Q_0\}|. \quad (2)$$

Среднее значение SINR $\mathcal{S}$ вычисляется простым способом:

$$\mathcal{S}(X) = \frac{1}{|C|} \sum_{c \in C} Q_c(C, X). \quad (3)$$

Наконец, *согласованность* $\mathcal{C}$ — это число ячеек, каждая из которых принимает наилучший сигнал от антенн, назначенных на её сектор. Сектор ячейки $c \in C$ обозначим через s_c . Тогда согласованность $\mathcal{C}$ вычисляется следующим образом:

$$\mathcal{C}(X) = |\{c \in C \mid R_{cs_c}(X) \geq R_{cs}(X) \text{ для всех } s \in S\}|. \quad (4)$$

Задача состоит в максимизации данных метрик качества

$$Q(X) = (\mathcal{Q}(X), \mathcal{S}(X), \mathcal{C}(X)) \rightarrow \max_X \quad (5)$$

так, чтобы решение удовлетворяло следующим ограничениям.

Как минимум U_0 ячеек должны получать RSRP не меньше порогового значения R_0 :

$$|\{c \in C \mid R_{cs}(X) \geq R_0\}| \geq U_0. \quad (6)$$

В общей сложности можно использовать не более N_0 антенн, т. е.

$$|X| \leq N_0. \quad (7)$$

На каждом уровне можно использовать не более двух типов антенн:

$$|\{t \in T \mid \exists j \in J \text{ такое, что } t_j = t \text{ и } s_j \in S_f\}| \leq 2, \quad f \in F. \quad (8)$$

Для формализации постановки задачи введём набор возможных углов направления антенн P . Обозначим через r_{citp} значение RSRP, принимаемое ячейкой $c \in C$, если антенна типа $t \in T$ с конфигурацией $p \in P$ помещена в слот $i \in I$. Будем использовать эти выходные параметры моделирования для вычисления общего значения R_{cs} сигнала RSRP, принимаемого ячейкой c от всех антенн, назначенных сектору s .

Введём следующие булевы переменные:

- $x_{itp} = 1$, если слот i занят антенной типа t с конфигурацией p , иначе $x_{itp} = 0$;
- $y_{ft} = 1$, если антенны типа t используются для обслуживания секторов на уровне f , иначе $y_{ft} = 0$;
- $z_{is} = 1$, если антенна в слоте i назначена сектору обслуживания s , иначе $z_{is} = 0$;
- $u_c = 1$, если ячейка c принимает сигнал достаточной мощности, иначе $u_c = 0$;
- $v_c = 1$, если ячейка c имеет хорошее качество сигнала, иначе $v_c = 0$;
- $w_c = 1$, если ячейка c получает наибольшее значение RSRP из сектора s_c , иначе $w_c = 0$.

Введя достаточно большое значение M , можно сформулировать задачу размещения антенн на стадионе [15]:

$$Q = \frac{1}{|C|} \sum_{c \in C} v_c \rightarrow \max, \quad (9)$$

$$S = \frac{1}{|C|} \sum_{c \in C} Q_c \rightarrow \max, \quad (10)$$

$$C = \frac{1}{|C|} \sum_{c \in C} w_c \rightarrow \max, \quad (11)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{p \in P} x_{itp} \leq 1, \quad i \in I, \quad (12)$$

$$\sum_{s \in S} z_{is} = 1, \quad i \in I, \quad (13)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} x_{itp} \leq N_0, \quad (14)$$

$$R_{cs} = \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} r_{citp} x_{itp} z_{is}, \quad c \in C, s \in S, \quad (15)$$

$$v_c Q_0 \leq Q_c, \quad c \in C, \quad (16)$$

$$Q_c = 10 \log \frac{\max_{s \in S} R_{cs}}{\sum_{s \in S} R_{cs} - \max_{s \in S} R_{cs}}, \quad c \in C, \quad (17)$$

$$R_{cs} + M(1 - w_c) \geq R_{cs'}, \quad s, s' \in S, s \neq s', c \in C_s, \quad (18)$$

$$u_c R_0 \leq \max_{s \in S} R_{cs}, \quad c \in C, \quad (19)$$

$$\sum_{c \in C} u_c \geq U_0, \quad (20)$$

$$x_{itp} \leq 1 - z_{is} + y_{ft}, \quad t \in T, i \in I, f \in F, s \in S_f, \quad (21)$$

$$\sum_{t \in T} y_{ft} \leq 2, \quad f \in F, \quad (22)$$

$$x_{itp}, y_{ft}, z_{is}, u_c, v_c, w_c \in \{0, 1\}. \quad (23)$$

Условия (9)–(11) определяют целевые функции, описанные выше. Согласно (12) в каждый слот можно поставить не более одной антенны в одной конфигурации, а (13) предписывает назначение антенны ровно на один сектор. Неравенство (14) ограничивает общее число антенн. Равенство (15) определяет значение RSRP в ячейке на основе расположения антенн. Условия (16)–(19) задают компоненты метрик качества, а (20) — минимальное число клиентов с хорошей силой сигнала. Наконец, неравенство (21) определяет типы антенн, используемых на каждом уровне, а (22) ограничивает число различных типов для одного уровня.

Одна из особенностей имитационной модели — достаточно большое время, которое занимают геометрические расчёты для определения потерь сигнала при прохождении через твёрдые предметы. Если отключить учёт этих потерь, то время моделирования значительно уменьшается, однако полученные значения RSRP отличаются от значений, посчитанных с учётом этих потерь. В разд. 3 будет приведён пример, как можно использовать эту особенность для ускорения процесса оптимизации.

2. Схема декомпозиции

2.1. Предыдущие результаты. В [15] для описанной задачи предложены конструктивная эвристика, процедура локального улучшения и алгоритм поиска с чередующимися окрестностями. Конструктивная

эвристика строит решение для каждого сектора независимо, перебирая заданный набор шаблонов расстановки антенн и используя в качестве метрики качества отношение

$$\frac{\sum_{c \in C_s} R_{cs}}{\sum_{c \in C \setminus C_s} R_{cs}}.$$

Процедура локального улучшения, представляющая собой локальный спуск по нескольким окрестностям, последовательно изменяет тип, расположение и углы каждой антенны, если это приводит к улучшению решения. Эта процедура и поиск с чередующимися окрестностями используют агрегированную целевую функцию

$$f(X, X_{\text{ref}}) = \left(\alpha \frac{\mathcal{Q}(X)}{\mathcal{Q}(X_{\text{ref}})} + \beta \frac{\mathcal{S}(X)}{\mathcal{S}(X_{\text{ref}})} + \gamma \frac{\mathcal{C}(X)}{\mathcal{C}(X_{\text{ref}})} \right) / (\alpha + \beta + \gamma), \quad (24)$$

которая на базе исходного решения X_{ref} и набора весов (α, β, γ) вычисляет относительное улучшение нового решения в сравнении со старым.

2.2. Основная идея. Идея декомпозиции схожа с техникой, применённой в конструктивной эвристике из [15]: каждый сектор оптимизируется независимо, после чего собирается итоговое решение. Однако в настоящей работе такая процедура повторяется итеративно с использованием решения, полученного на предыдущем шаге. Это позволяет брать в качестве целевых функций для задачи одного сектора целевые функции исходной задачи, вычисленные для всего стадиона. Расположение антенн в других секторах при этом считается таким же, как в решении с предыдущей итерации. Предлагаемая схема декомпозиции состоит из нескольких основных шагов.

1. Сформировать подзадачи для каждого сектора.
2. Независимо решить подзадачи.
3. Из частичных решений для секторов в отдельности собрать итоговое решение всей задачи.

2.3. Задачи одного сектора. Формируются как подзадачи исходной задачи с некоторым подмножеством переменных. Оптимизируются только антенны, назначенные на выбранный сектор. Все остальные антенны считаются зафиксированными. Рассматриваются те же целевые функции и ограничения (9)–(23), что и в исходной задаче. Однако оптимизируются только переменные, относящиеся к антеннам рассматриваемого сектора. Значения целевых функций вычисляются с использованием уровня сигнала на всём стадионе. Задачи одного сектора решаются при помощи известного популяционного алгоритма NSGA-II [16].

2.4. Сборка решения. Если есть найденные наборы недоминируемых решений для каждого сектора, то можно предложить два варианта, как собрать из них итоговое решение для исходной задачи.

- 1) Оптимизировать одну целевую функцию, не ухудшая остальные.
- 2) Оптимизировать агрегированную целевую функцию (24).

Обе эти задачи могут быть сформулированы как задачи целочисленного линейного программирования.

Оптимизация одной целевой функции. Пусть K_s — множество индексов решений для сектора $s \in S$. Обозначим значения выбранной целевой функции в решениях через f_{sk} , $s \in S$, $k \in K_s$, и пусть J — это множество остальных целевых функций. Тогда обозначим через g_{jsk} , $j \in J$, значения остальных целевых функций в найденных решениях, а через G_j^0 — соответствующие значения в предыдущем решении. Например, если выбрано качество покрытия, а X_s^k — k -е решение для сектора s , то

$$f_{sk} = \mathcal{Q}(X_s^k), \quad g_{1sk} = \mathcal{S}(X_s^k), \quad g_{2sk} = \mathcal{C}(X_s^k).$$

Используя эти обозначения, сформулируем первую задачу ЦЛП:

$$\sum_{s \in S} \sum_{k \in K_s} f_{sk} \delta_{sk} \rightarrow \max, \quad (25)$$

$$\sum_{k \in K_s} \delta_s^k = 1, \quad s \in S, \quad (26)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{k \in K_s} g_{jsk} \delta_{sk} \geq G_j^0, \quad j \in J, \quad (27)$$

$$\delta_{sk} \in \{0, 1\}, \quad s \in S, k \in K_s. \quad (28)$$

Целевая функция (25) оптимизирует выбранную метрику качества решения. Ограничение (26) предписывает взять ровно одно решение для каждого сектора, а в силу (27) значения остальных целевых функций не должны быть хуже заданных порогов.

Оптимизация агрегированной целевой функции. Аналогично если коэффициенты агрегированной целевой функции принять равными α, β, γ , то можем записать вторую модель следующим образом:

$$\sum_{s \in S} \sum_{k \in K_s} (\alpha \mathcal{Q}_{sk} + \beta \mathcal{S}_{sk} + \gamma \mathcal{C}_{sk}) \delta_{sk} \rightarrow \max, \quad (29)$$

$$\sum_{k \in K_s} \delta_s^k = 1, \quad s \in S, \quad (30)$$

$$\delta_{sk} \in \{0, 1\}, \quad s \in S, k \in K_s. \quad (31)$$

Целевая функция (29) представляет собой взвешенную сумму $\mathcal{Q}$, $\mathcal{S}$ и $\mathcal{C}$.

2.5. Итоговая схема. Пусть есть некоторое расписание *schedule* смены целевых функций или весов агрегированной функции. Обозначим значение, содержащее информацию о выбранной целевой функции или весах агрегированной функции, через *target*, а процедуру, которая выбирает и решает модель с набором решений для каждого сектора $P = \{P_1, \dots, P_{|S|}\}$, через *buildKnapsack*(*P*, *target*). С помощью этой процедуры представим итеративный алгоритм. Он использует генетический алгоритм для нахождения фронта Парето для каждого сектора, а затем собирает решение для исходной задачи, используя модель ЦЛП. Так как задачи каждого сектора решаются независимо, настоящие характеристики сигнала могут отличаться от вычисленных в модели (25)–(28) или (29)–(31). Однако на практике получаются значения, близкие к настоящим, а ошибки исправляются на следующих итерациях. Эта схема представлена в виде алгоритма 1.

Алгоритм 1. Итеративная эвристика

Вход: *schedule*, X^0 .

- 1: $X \leftarrow X^0$;
 - 2: **for** *target* $\in$ *schedule* **do**
 - 3: **for** $s \in S$ **do**
 - 4: $P_s \leftarrow \text{runSingleSector}(s)$;
 - 5: $X \leftarrow \text{buildKnapsack}(P, \text{target})$;
 - 6: **return** X .
-

Чтобы ускорить оптимизацию задач для одного сектора, популяции с предыдущей итерации используются в качестве начальных решений на следующей итерации.

Кроме того, можно добавить к ЦЛП-моделям ограничение на число типов антенн: не более двух типов антенн на одном уровне. Введём булевы переменные для указания распределения типов антенн по секторам. Пусть $v_{skt} = 1$, если сектор $s \in S$ в решении $k \in K_s$ содержит тип антенны $t \in T$, и $v_{skt} = 0$ иначе. Добавим соответствующие ограничения к обеим моделям (25)–(28) или (29)–(31) и выпишем ниже модифицированные модели (32)–(37) и (38)–(42) соответственно:

$$\sum_{s \in S} \sum_{k \in K_s} f_{sk} \delta_{sk} \rightarrow \max, \quad (32)$$

$$\sum_{k \in K_s} \delta_s^k = 1, \quad s \in S, \quad (33)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{k \in K_s} g_{jsk} \delta_{sk} \geq G_j^0, \quad j \in J, \quad (34)$$

$$y_{ft} \geq v_{skt} \delta_{sk}, \quad f \in F, s \in S_f, k \in K_s, t \in T, \quad (35)$$

$$\sum_{t \in T} y_{ft} \leq 2, \quad f \in F, \quad (36)$$

$$\delta_{sk}, y_{ft} \in \{0, 1\}, \quad s \in S, k \in K_s, f \in F, t \in T, \quad (37)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{k \in K_s} (\alpha Q_{sk} + \beta S_{sk} + \gamma C_{sk}) \delta_{sk} \rightarrow \max, \quad (38)$$

$$\sum_{k \in K_s} \delta_s^k = 1, \quad s \in S \quad (39)$$

$$y_{ft} \geq v_{skt} \delta_{sk}, \quad f \in F, s \in S_f, k \in K_s, t \in T, \quad (40)$$

$$\sum_{t \in T} y_{ft} \leq 2, \quad f \in F, \quad (41)$$

$$\delta_{sk}, y_{ft} \in \{0, 1\}, \quad s \in S, k \in K_s, f \in F, t \in T. \quad (42)$$

В этих моделях ограничения (35) и (40) указывают, что если тип используется на секторе, то он используется на уровне. Неравенства (36) и (41) гарантируют, что на каждом уровне используется не более двух типов антенн.

Вместе с тем, модель с ограничением на число типов используемых антенн может не иметь решений, если частичные решения для разных

Алгоритм 2. Итеративная эвристика с учётом типов антенн

Вход: schedule, sectorParameters, X^0 .

```

1:  $X \leftarrow X^0$ ;
2: for target  $\in$  schedule do
3:   for  $s \in S$  do
4:      $P_s \leftarrow \text{runSingleSector}(s)$ ;
5:    $X^{\text{tmp}} \leftarrow \text{buildKnapsack}(P, \text{target})$ ;
6:   if  $L \neq \emptyset$  then  $\triangleright L$  — множество уровней в решении  $X^{\text{tmp}}$ ,  
на которых больше двух типов антенн
7:     for  $l \in L$  do
8:       for  $(t_1, t_2) \in T_l(X^{\text{tmp}})$  do
9:         for  $s \in S$  do
10:           $P_s \leftarrow P_s \cup \text{runSingleSectorWithTypes}(s, t_1, t_2)$ ;
11:        $X \leftarrow \text{buildKnapsackWithTypes}(P, \text{target})$ ;
12:   else
13:      $X \leftarrow X^{\text{tmp}}$ ;
14: return  $X$ .
```

секторов содержат различные типы. Таким образом, чтобы гарантировать наличие решения, необходимо принудительно найти решения с определёнными типами антенн. Алгоритм перебирает все пары типов из числа тех, которые используются в недопустимом решении, и запрашивает вычисление дополнительных решений одного сектора с данной парой антенн. Итерационная схема с этой модификацией представлена в алгоритме 2 и далее будет упоминаться как IK (iterative knapsack).

3. Итоговая схема

Цель этой схемы — найти аппроксимацию Парето-множества с использованием алгоритмов, описанных ранее. Сначала строим исходное решение, используя конструктивную эвристику, описанную в [15]. Затем генерируем последовательность весовых коэффициентов для агрегированной целевой функции (24) и для каждого вектора выполняем процедуру локального улучшения `postoptimization`, описанную в [15], алгоритм 2 и повторное локальное улучшение. После этого сохраняем и возвращаем набор всех недоминируемых решений, найденных в ходе оптимизации. Представленная здесь схема выписана в виде алгоритма 3.

Алгоритм 3. Алгоритм взвешенного поиска

```

1:  $P \leftarrow \text{constructiveHeuristic}();$             $\triangleright$  Создать начальное решение
2: Выбрать набор весов  $W$ ;
3: for  $w \in W$  do
4:    $X \leftarrow \text{best}(P, w);$             $\triangleright$  Найти лучшее решение для данных весов
5:    $X \leftarrow \text{postoptimization}(X, w);$ 
6:    $X \leftarrow \text{IK}(X, w);$ 
7:    $X \leftarrow \text{postoptimization}(X, w);$ 
8:    $P \leftarrow P \cup \{X\};$ 
9: return  $P$ .
```

Отметим, что эта схема является модификацией схемы CPVNS из [15], которая заключается в замене поиска с чередующимися окрестностями эвристикой с использованием декомпозиции на шаге 6. Далее эту схему будем называть СРК (constructive heuristic, postoptimization, knapsack-based heuristic).

Как упоминалось в разд. 1, моделирование с учётом физических препятствий выполняется намного медленнее, поэтому в алгоритме используется линейная регрессия для прогнозирования значений целевых функций с потерями от препятствий по значениям, полученным при более

быстром моделировании без учёта таких потерь. Обозначим соответствующие значения с учётом потерь через $S_{\text{slow}}, Q_{\text{slow}}, C_{\text{slow}}, U_{\text{slow}}$, а значения при быстром моделировании через $S_{\text{fast}}, Q_{\text{fast}}, C_{\text{fast}}, U_{\text{fast}}$. Регрессионная модель использует значения быстрого симулятора $S_{\text{fast}}, Q_{\text{fast}}, C_{\text{fast}}, U_{\text{fast}}$ в качестве признаков и по ним прогнозирует настоящие значения целевых функций $S_{\text{slow}}, Q_{\text{slow}}, C_{\text{slow}}, U_{\text{slow}}$. Настоящие значения целевых функций вычисляются для лучших найденных решений, и модель обновляется после каждого запуска алгоритма на шагах 5, 6 и 7.

4. Численные эксперименты

Все эксперименты этого раздела проведены на компьютере с процессором Intel Core i7-8700 3,2 ГГц и 32 ГБ оперативной памяти под управлением Microsoft Windows 10 Pro. Алгоритмы использовали все доступные 12 потоков.

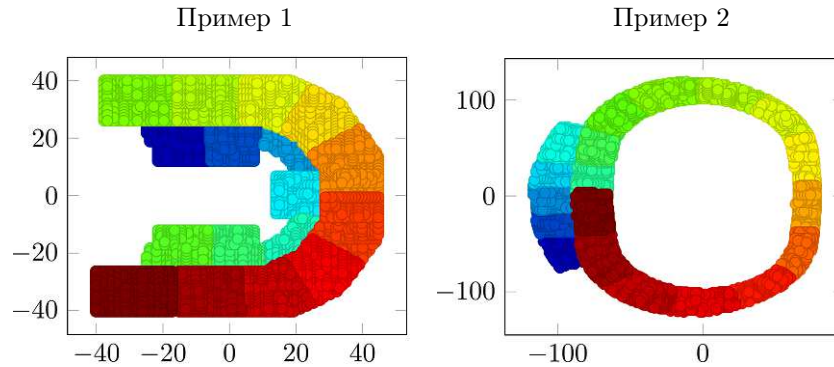


Рис. 1. Структура стадионов

Для оценки качества работы алгоритмов использовались два примера. Оба стадиона содержат 2 уровня. Первый стадион состоит из 17 секторов и 4426 ячейки, второй содержит 19 секторов и 3551 ячейку. На рис. 1 изображена структура указанных примеров. Разные секторы окрашены разными цветами.

Вместе с параметрами и данными для примеров заданы базовые решения, которые использовались для сравнения. В табл. 1 представлены

Таблица 1

Значения целевых функций для начальных решений

Пример	SINR	Качество покрытия	Согласованность
1	10,16	0,486	0,946
2	14,28	0,735	0,961

основные характеристики этих решений. В проведённых экспериментах установлен порог U_0 в 95 % ячеек с хорошим уровнем мощности сигнала, поэтому представленное решение для примера 0830 не удовлетворяет ограничениям (6) и (20). Однако это решение всё равно использовалось как некоторое хорошее для сравнения.

Проведены эксперименты для сравнения предложенной схемы с другими методами: предыдущим вариантом, использующим поиск с чередующимися окрестностями (CPVNS), и популяционным алгоритмом Borg MOEA [17]. Последний представляет собой генетический алгоритм общего назначения для многокритериальной оптимизации. Применена реализация из пакета BlackBoxOptim¹⁾. Генетический алгоритм работал 24 часа, а остальные — 2 часа. В схемах использован набор весов целевых функций $W = \{(1; 1; 1,5), (1; 1; 2,5), (2; 1; 1), (3; 1; 1)\}$. Результаты

¹⁾ <https://github.com/robertfeldt/BlackBoxOptim.jl>

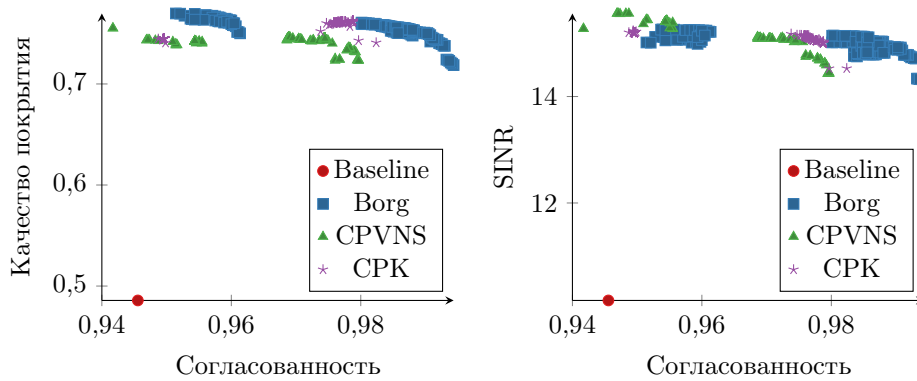


Рис. 2. Результаты алгоритмов для первого примера

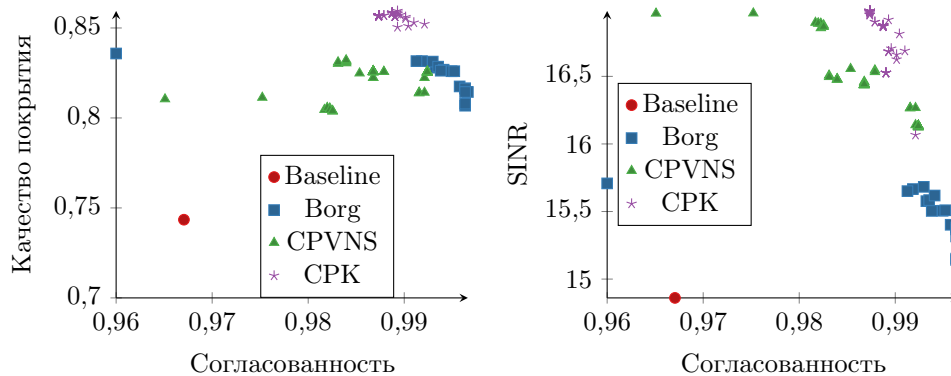


Рис. 3. Результаты алгоритмов для второго примера

Таблица 2

Относительные улучшения СРК относительно базовых решений

№ пп	Пример 1			Пример 2		
	SINR	Качество	Согл-ть	SINR	Качество	Согл-ть
1	42,9	25,7	3,4	8,1	10,9	2,5
2	42,9	25,5	3,7	12,3	11,6	2,2
3	47,6	27,7	3,3	12,3	10,9	2,4
4	49,6	25,4	0,4	12,4	11,4	2,3
5	49,8	25,8	0,4	12,1	11,3	2,3
6	49,5	25,9	0,3	13,1	10,8	2,3
7	49,2	26,6	2,8	13,6	11,5	2,1
8	47,9	27,1	3,3	13,7	11,3	2,1
9	49,5	25,9	0,4	13,8	10,7	2,2
10	48,6	27,5	3,1	14,3	11,3	2,0

представлены на рис. 2 и 3. Графики отражают попарные проекции целевых функций для двух примеров.

Видно, что обе схемы за разумное время демонстрируют хорошие результаты, сравнимые с долгим запуском алгоритма Borg MOEA. Использование предложенной в данной статье схемы декомпозиции улучшает результат по сравнению с использованием поиска с чередующимися окрестностями. Однако полученный Парето-фронт оказывается более узким из-за того, что в процессе оптимизации происходит просмотр меньшего числа полных решений для всей задачи. Также в табл. 2 представлены относительные улучшения целевых функций для некоторых 10 различных решений.

Для примера 1 удалось значительно улучшить базовое решение с точки зрения среднего уровня SINR и качества покрытия. Для примера 2 улучшение меньше, однако всё ещё удалось улучшить все три целевые функции одновременно.

Заключение

Рассмотрена задача размещения антенн на стадионе, и представлен эвристический алгоритм, основанный на декомпозиции задачи по секторам. Представленная схема состоит из трёх последовательно выполняемых процедур. Начальное решение строится при помощи простой конструктивной эвристики, после чего применяется процедура локального улучшения. Далее предложенная в этой работе эвристика, основанная на декомпозиции, решает подзадачи для каждого сектора в отдельности

и собирает полное решение при помощи модели ЦЛП. Эксперименты показали, что предложенный подход позволяет получать качественные решения за разумное время.

Финансирование работы

Исследование выполнено за счёт бюджета за счет бюджета Новосибирского гос. университета. Дополнительных грантов на проведение или руководство этим исследованием получено не было.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Литература

1. **Kaya A. Ö., Calin D., Viswanathan H.** On the performance of stadium high density carrier Wi-Fi enabled LTE small cell deployments // Proc. 2015 IEEE Wireless Communications and Networking Conf. (New Orleans, USA, Mar. 9–12, 2015). Piscataway: IEEE, 2015. P. 855–860. DOI: 10.1109/WCNC.2015.7127581.
2. **Dapeng H., Ping C., Xiaoping T., Xingjian W.** Design and optimization of high density wireless network in gymnasium of Beijing Normal University // Proc. 2020 IEEE 3rd Int. Conf. Information Systems and Computer Aided Education (Dalian, China, Sept. 27–29, 2020). Piscataway: IEEE, 2020. P. 28–32. DOI: 10.1109/ICISCAE51034.2020.9236883.
3. **Hata M.** Empirical formula for propagation loss in land mobile radio services // IEEE Trans. Veh. Technol. 1980. V. 29, No. 3. P. 317–325. DOI: 10.1109/T-VT.1980.23859.
4. **Katev P. D.** Propagation models for WiMAX at 3.5 GHz // Proc. 9th Int. Conf. 2012 ELEKTRO (Žilina — Ražejské Teplice, Slovakia, May 21–22, 2012). Piscataway: IEEE, 2012. P. 61–65. DOI: 10.1109/ELEKTRO.2012.6225572.
5. **Naderi Soorki M., Saad W., Bennis M.** Optimized deployment of millimeter wave networks for in-venue regions with stochastic users' orientation // IEEE Trans. Wirel. Commun. 2019. V. 18, No. 11. P. 5037–5049. DOI: 10.1109/TWC.2019.2931535.
6. **Šlapak E., Gazda J., Bugár G., Maksymyuk T.** Review of cellular radio network cell placement design, from traditional to artificial intelligence based approaches // Proc. 61st Int. Symp. ELMAR-2019 (Zadar, Croatia, Sept. 23–25, 2019). Zadar: Croat. Soc. Electron. Marine, 2019. P. 93–96. DOI: 10.1109/ELMAR.2019.8918668.
7. **Vanhatupa T., Hannikainen M., Hamalainen T. D.** Genetic algorithm to optimize node placement and configuration for WLAN planning // Proc. 4th Int. Symp. Wireless Communication Systems 2007 (Trondheim, Norway, Oct. 17–19, 2007). Piscataway: IEEE, 2007. P. 612–616. DOI: 10.1109/ISWCS.2007.4392413.

8. Narayanan L., Subramanian B., Arokiaswami A., Iruthayaranjan M. W. Optimal placement of mobile antenna in an urban area using evolutionary multiobjective optimization // *Microw. Opt. Technol. Lett.* 2012. V. 54, No. 3. P. 737–743. DOI: 10.1002/mop.26627.
9. Raisanen L., Whitaker R. M. Comparison and evaluation of multiple objective genetic algorithms for the antenna placement problem // *Mobile Netw. Appl.* 2005. V. 10, No. 1. P. 79–88. DOI: 10.1023/B:MONE.0000048547.84327.95.
10. Goldsmith A. *Wireless communications*. Cambridge: Camb. Univ. Press, 2005. 644 p.
11. Audet C., Hare W. *Derivative-free and blackbox optimization*. Cham: Springer, 2017. 308 p. DOI: 10.1007/978-3-319-68913-5.
12. *Black box optimization, machine learning, and no-free lunch theorems*. Cham: Springer, 2021. 388 p. DOI: 10.1007/978-3-030-66515-9.
13. Yuskov A. D., Kulachenko I. N., Melnikov A. A., Kochetov Yu. A. Decomposition approach to simulation-based optimization of inventory management // *Mathematical optimization theory and operations research: Recent trends. Rev. Sel. Pap. 22nd Int. Conf. MOTOR 2023 (Yekaterinburg, Russia, July 2–8, 2023)*. Cham: Springer, 2023. P. 259–273. (*Commun. Comput. Inf. Sci.*; V. 1881). DOI: 10.1007/978-3-031-43257-6_20.
14. Yuskov A. D., Kulachenko I. N., Melnikov A. A., Kochetov Yu. A. Two-stage algorithm for bi-objective black-box traffic engineering // *Optimization and applications. Rev. Sel. Pap. 14th Int. Conf. OPTIMA 2023 (Petrovac, Montenegro, Sept. 18–22, 2023)*. Cham: Springer, 2023. P. 110–125. (*Lect. Notes Comput. Sci.*; V. 14395). DOI: 10.1007/978-3-031-47859-8_9.
15. Yuskov A. D., Kulachenko I. N., Melnikov A. A., Kochetov Yu. A. Stadium antennas deployment optimization // *Mathematical optimization theory and operations research. Proc. 23rd Int. Conf. MOTOR 2024 (Omsk, Russia, June 30–July 6, 2024)*. Cham: Springer, 2024. P. 449–461. (*Lect. Notes Comput. Sci.*; V. 14766). DOI: 10.1007/978-3-031-62792-7_30.
16. Deb K., Agrawal S., Pratap A., Meyarivan T. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II // *Parallel problem solving from nature — PPSN VI. Proc. 6th Int. Conf. (Paris, France, Sept. 18–20, 2000)*. Heidelberg: Springer, 2000. P. 849–858. (*Lect. Notes Comput. Sci.*; V. 1917). DOI: 10.1007/3-540-45356-3_83.
17. Hadka D., Reed P. Borg: An auto-adaptive many-objective evolutionary computing framework // *Evol. Comput.* 2013. V. 21, No. 2. P. 231–259. DOI: 10.1162/EVC0_a_00075.

Юськов Александр Дмитриевич

Статья поступила

19 июля 2024 г.

После доработки —

17 августа 2024 г.

Принята к публикации

22 сентября 2024 г.

A DECOMPOSITION APPROACH
TO A STADIUM ANTENNA DEPLOYMENT PROBLEM*A. D. Yuskov*Novosibirsk State University,
2 Pirogov Street, 630090 Novosibirsk, Russia
E-mail: a.yuskov@ng.su.ru

Abstract. We consider a stadium antenna deployment problem. The stadium is divided into sectors. Several antennas are assigned to each sector. Users should receive a signal of a certain quality from antennas assigned to their sector. The problem is to choose locations of antennas, their types, angles, and assignments to sectors to maximize three quality criteria: the mean signal to interference ratio (SIR), the number of clients with good signal quality, and the assignment consistency. We use a simulation to compute the signal quality. We present a three-stage heuristic approach to the problem. It uses a constructive heuristic, a local improvement procedure, and a decomposition-based MIP heuristic. We carry out numerical experiments on test instances with 94 antennas of 7 types, 19 sectors, and 4426 clients. It is possible to improve the provided baseline solutions in 2 h and obtain solutions comparable to running a metaheuristic package for 24 h. Tab. 2, illustr. 3, bibliogr. 17.

Keywords: black box optimization, metaheuristics, wireless network, signal quality, SINR.

References

1. A. Ö. Kaya, D. Calin, and H. Viswanathan, On the performance of stadium high density carrier Wi-Fi enabled LTE small cell deployments, in *Proc. 2015 IEEE Wireless Communications and Networking Conf., New Orleans, USA, Mar. 9–12, 2015* (IEEE, Piscataway, 2015), pp. 855–860, DOI: 10.1109/WCNC.2015.7127581.

2. **H. Dapeng, C. Ping, T. Xiaoping, and W. Xingjian**, Design and optimization of high density wireless network in gymnasium of Beijing Normal University, in *Proc. 2020 IEEE 3rd Int. Conf. Information Systems and Computer Aided Education, Dalian, China, Sept. 27–29, 2020* (IEEE, Piscataway, 2020), pp. 28–32, DOI: 10.1109/ICISCAE51034.2020.9236883.
3. **M. Hata**, Empirical formula for propagation loss in land mobile radio services, *IEEE Trans. Veh. Technol.* **29** (3), 317–325 (1980), DOI: 10.1109/T-VT.1980.23859.
4. **P. D. Katev**, Propagation models for WiMAX at 3.5 GHz, in *Proc. 9th Int. Conf. 2012 ELEKTRO, Žilina — Rajecské Teplice, Slovakia, May 21–22, 2012* (IEEE, Piscataway, 2012), pp. 61–65, DOI: 10.1109/ELEKTRO.2012.6225572.
5. **Naderi M. Soorki, W. Saad, and M. Bennis**, Optimized deployment of millimeter wave networks for in-venue regions with stochastic users' orientation, *IEEE Trans. Wirel. Commun.* **18** (11), 5037–5049 (2019), DOI: 10.1109/TWC.2019.2931535.
6. **E. Šlapak, J. Gazda, G. Bugár and T. Maksymyuk**, Review of cellular radio network cell placement design, from traditional to artificial intelligence based approaches, in *Proc. 61st Int. Symp. ELMAR-2019, Zadar, Croatia, Sept. 23–25, 2019* (Croat. Soc. Electron. Marine, Zadar, 2019), pp. 93–96, DOI: 10.1109/ELMAR.2019.8918668.
7. **T. Vanhatupa, M. Hannikainen, and T. D. Hamalainen**, Genetic algorithm to optimize node placement and configuration for WLAN planning, in *Proc. 4th Int. Symp. Wireless Communication Systems 2007, Trondheim, Norway, Oct. 17–19, 2007* (IEEE, Piscataway, 2007), pp. 612–616, DOI: 10.1109/ISWCS.2007.4392413.
8. **L. Narayanan, B. Subramanian, A. Arokiaswami, and M. W. Iruthayarajan**, Optimal placement of mobile antenna in an urban area using evolutionary multiobjective optimization, *Microw. Opt. Technol. Lett.* **54** (3), 737–743 (2012), DOI: 10.1002/mop.26627.
9. **L. Raisanen and R. M. Whitaker**, Comparison and evaluation of multiple objective genetic algorithms for the antenna placement problem, *Mobile Netw. Appl.* **10** (1), 79–88 (2005), DOI: 10.1023/B:MONE.0000048547.84327.95.
10. **A. Goldsmith**, *Wireless Communications* (Camb. Univ. Press, Cambridge, 2005).
11. **C. Audet and W. Hare**, *Derivative-Free and Blackbox Optimization* (Springer, Cham, 2017), DOI: 10.1007/978-3-319-68913-5.
12. *Black Box Optimization, Machine Learning, and No-Free Lunch Theorems* (Springer, Cham, 2021), DOI: 10.1007/978-3-030-66515-9.
13. **A. D. Yuskov, I. N. Kulachenko, A. A. Melnikov, and Yu. A. Kochetov**, Decomposition approach to simulation-based optimization of inventory management, in *Mathematical Optimization Theory and Operations Research: Recent Trends* (Rev. Sel. Pap. 22nd Int. Conf. MOTOR 2023, Yekaterinburg, Russia, July 2–8, 2023) (Springer, Cham, 2023), pp. 259–273 (Commun. Comput. Inf. Sci., Vol. 1881), DOI: 10.1007/978-3-031-43257-6_20.

14. **A. D. Yuskov, I. N. Kulachenko, A. A. Melnikov, and Yu. A. Kochetov**, Two-stage algorithm for bi-objective black-box traffic engineering, in *Optimization and Applications* (Rev. Sel. Pap. 14th Int. Conf. OPTIMA 2023, Petrovac, Montenegro, Sept. 18–22, 2023) (Springer, Cham, 2023), pp. 110–125 (Lect. Notes Comput. Sci., Vol. 14395), DOI: 10.1007/978-3-031-47859-8_9.
15. **A. D. Yuskov, I. N. Kulachenko, A. A. Melnikov, and Yu. A. Kochetov**, Stadium antennas deployment optimization, in *Mathematical optimization theory and operations research* (Proc. 23rd Int. Conf. MOTOR 2024, Omsk, Russia, June 30 – July 6, 2024) (Springer, Cham, 2024), pp. 449–461 (Lect. Notes Comput. Sci., Vol. 14766), DOI: 10.1007/978-3-031-62792-7_30.
16. **K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap, and T. Meyarivan**, A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II, in *Parallel Problem Solving from Nature — PPSN VI* (Proc. 6th Int. Conf., Paris, France, Sept. 18–20, 2000) (Springer, Heidelberg, 2000), pp. 849–858 (Lect. Notes Comput. Sci., Vol. 1917), DOI: 10.1007/3-540-45356-3_83.
17. **D. Hadka and P. Reed**, Borg: An auto-adaptive many-objective evolutionary computing framework, *Evol. Comput.* **21** (2), 231–259 (2013), DOI: 10.1162/EVCO_a_00075.

Aleksandr D. Yuskov

Received July 19, 2024

Revised August 17, 2024

Accepted September 22, 2024