

ISSN 2949-5598

# ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Том 32 № 1 2025

Новосибирск  
Издательство Института математики

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРАТЕГИИ ПОСТАВОК ЗАКАЗОВ ПРИ  
УПРАВЛЕНИИ ЗАПАСАМИ ПО МНОГИМ КРИТЕРИЯМ  
В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Д. А. Гусев<sup>1, a</sup>, О. А. Свиридова<sup>1, b</sup>,  
И. Г. Шидловский<sup>1, c</sup>, Г. Л. Бродецкий<sup>2, d</sup>

<sup>1</sup> ФГБУ ВО «РЭУ им. Г. В. Плеханова»,  
Стремянный пер., д. 36, 115054 Москва, Россия

<sup>2</sup> Высшая школа бизнеса, НИУ «Высшая школа экономики»,  
ул. Шаболовка, д. 26, стр. 1, 119049 Москва, Россия

E-mail: <sup>a</sup> gussev79@mail.ru, <sup>b</sup> sviridova.oa@rea.ru,  
<sup>c</sup> shdlvsk-ivan@yandex.ru, <sup>d</sup> gbrodetskiy@hse.ru

**Аннотация.** В задачах управления запасами возникает необходимость оптимизации новых модифицированных моделей для выбора наилучших решений по обеспечению поставок заказов. Особенностью таких моделей является учёт различных неопределённостей и концепции временной ценности денег. При этом зачастую соответствующие решения на практике отличаются многокритериальностью, что обусловлено особенностями цепей поставок и также учитывается в постановках подобных задач.

Авторами разработан подход к оптимизации задач указанного типа на основе синтеза процедур многокритериальной оптимизации и процедур выбора в условиях неопределённости. Практика показала, что указанный подход требует специальной модификации, которая будет представлена в этой статье. Предлагаемая модификация реализуется с целью помочь менеджерам избегать нежелательных ситуаций с выбором альтернатив, т. е. ситуаций, связанных с феноменами, приводящими к выбору альтернатив, которые могут оказаться неадекватными предпочтениям лица, принимающего решения.

Соответствующая модификация обусловит реализацию специальной особенности в формате процедур оптимизации. Исходные показатели задаваемых частных критериев при такой модификации предлагается представлять на основе так называемых обобщённых данных, позволяющих избавиться от фактора их размерности.

В этой статье представлена численная иллюстрация на примере разработки стратегии управления запасами с необходимостью выбора логистического посредника в условиях неопределённости спроса и возможных задержек поставок. При этом в качестве критерия выбора используется взвешенная сумма оценок частных критериев, а для учёта фактора неопределённости используется критерий Гурвица. Табл. 7, библиогр. 20.

**Ключевые слова:** управление запасами, выбор в условиях неопределённости, неопределённость спроса, задержка поставок, многокритериальная оптимизация, обобщённый критерий выбора, феномен неадекватного выбора.

### Введение

В современных условиях происходит очевидное нарастание неопределённости для ряда данных, которые надо использовать в формате процедур многокритериальной оптимизации в задачах управления запасами. С одной стороны, учёт указанного фактора приводит к совершенствованию алгоритмов оптимизации запасов. С другой стороны, это оказывает дополнительно дестабилизирующее влияние на функционирование цепей поставок [1]. Как видим, всё более актуальными становятся исследования возможностей учёта фактора неопределённости, в особенности применительно к задачам многокритериального выбора наилучших альтернатив при транспортном обеспечении поставок в области управления запасами.

Отметим, что исследуемые в этой статье решения представлены конечным числом альтернатив. Атрибуты рассматриваемых альтернатив обусловлены практическими особенностями задач транспортного обеспечения поставок. Учёт фактора неопределённости реализован на основе формирования полной группы дискретных событий (как это предложено в [2, 3]), связанных с параметрами стратегии управления запасами и особенностями транспортного обеспечения требуемых поставок.

#### 1. Особенности учёта фактора неопределённости при многокритериальном выборе на дискретном множестве решений

Чтобы организовать оптимальный выбор альтернативы, причём с учётом именно фактора неопределённости, отметим, что в теории уже разработан специальный арсенал подходов и методов оптимизации [4–10]. Он представлен своими критериями выбора. Кстати, формат соответствующих процедур выбора позволяет учитывать индивидуальное отношение конкретного ЛПР (лица, принимающего решения) к особенностям анализируемого фактора неопределённости.

Как отмечено выше, для указанных областей выбора наилучшего решения об организации поставок при управлении запасами особо актуальными являются методы многокритериальной оптимизации. При этом для таких процедур оптимизации часто используют методологию принятия решений по многим критериям (multiple criteria decision making, MCDM [11]). Сегодня, как уже отмечалось, при оптимизации таких решений требуются методы, позволяющие одновременно учитывать и фактор неопределённости. Особенности таких методов рассматриваются в этой работе. В формате представленного исследования ограничимся ситуациями, когда в качестве критерия выбора (для оптимизации по многим критериям на дискретном множестве решений) предполагается использовать именно критерии выбора прямого типа [12–16].

Возможности синтеза процедур многокритериального выбора с процедурами принятия решений в условиях неопределённости для отмеченных выше приложений (для задач управления запасами) рассмотрены в [17]. Отметим, что на практике разработанные в [17] процедуры синтеза могут потребовать специальной модификации. А именно, здесь рассматривается модификация, которая соотносится с требованием исключать так называемые феномены неадекватного выбора применительно к задачам оптимизации запасов [18]. Напомним, что при реализации процедур многокритериального выбора могут возникнуть нежелательные ситуации. В частности, реализация необходимых процедур может привести к нежелательным результатам (т. е. результатам, воспринимаемым ЛПР в качестве сомнительных). Такие ситуации будем называть *феноменами неадекватного выбора*. Здесь будут рассмотрены только указанные нежелательные ситуации, которые относятся именно к так называемым феноменам несогласованности порядка значений частных критериев [18]. Речь идёт о ситуациях, когда показатели некоторых частных критериев (в формате задач многокритериальной оптимизации) могут существенно превосходить показатели других частных критериев.

Заметим, что другой тип реализованной специальной модификации для указанных задач разработан ранее для ситуации, когда воздействие внешних факторов надо соотносить только с конкретным заданным набором анализируемых частных критериев (а не всей группы таких критериев, как это формализовано в [17]). Соответствующая модификация представлена в [19], где предложены специфика требуемого подхода к процедурам оптимизации и соответствующий алгоритм вычислительных процедур для случая, когда частные критерии представлены в виде двух групп таких критериев. В одной группе — частные критерии, которые подвергаются влиянию фактора неопределённости, а в другой — частные критерии, которые такому влиянию не подвергаются. В дополнение отметим, что предложенная в настоящей статье модификация процедур

многокритериальной оптимизации для задач рассматриваемого типа может применяться и с учётом специфики указанных двух групп частных критериев.

## 2. Возможности идентификации воздействия феноменов неадекватного выбора и подходы к их устранению

Как описано в [18], на дискретном множестве решений интересующая нас задача многокритериального выбора может быть формализована в табличном виде. При этом в таблице по строкам представляются альтернативы  $X_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , а по столбцам — частные критерии  $C_k$ ,  $k = 1, \dots, N$ . В ячейках таблицы приводятся известные априори заданные показатели  $a_{ik}$  (для каждой альтернативы  $X_i$  по частному критерию  $C_k$ ). При этом также формируется дополнительный специальный столбец с показателями критерия выбора  $F_i$ , причём для каждой альтернативы  $X_i$ . В частности, если для задач типа  $C_k \rightarrow \max$  используется критерий выбора на основе взвешенной суммы оценок заданных частных критериев, то указанные показатели  $F_i$  будут определяться равенствами вида  $F_i = \sum_{k=1}^N w_k a_{ik}$ , где  $w_k$  — заданный вес частного критерия  $C_k$ , причём наилучшая альтернатива должна максимизировать такой показатель.

Обратим также внимание на следующее. При реализации процедур выбора может оказаться, что проявятся нежелательные ситуации. Речь идёт о ситуациях, когда некоторые частные критерии участвуют в выборе лишь формально, а их воздействие на результат выбора сомнительно. Различные типы феноменов неадекватного выбора (актуальных для цепей поставок) описаны в [18]. Здесь с учётом реализованной модификации имеет смысл отметить именно возможность воздействия феномена неадекватного выбора, который будет обусловлен несогласованностью порядка задаваемых значений для оценок частных критериев (поскольку воздействие такого феномена надо будет учитывать далее в численном примере). Воздействие этого феномена проявляется следующим образом. Числовые значения показателей некоторых частных критериев могут весьма существенно превосходить заданные числовые значения показателей остальных частных критериев. В таком случае формально все частные критерии участвуют в вычислениях, но реально некоторые из них могут не оказывать влияния на выбор. В указанной ситуации вряд ли ЛППР будет считать найденный выбор адекватным. Воздействие такого феномена можно обнаружить специальными процедурами, которые представлены далее.

Интересующее нас воздействие возникает, если при удалении некоторых столбцов таблицы, отражающих оценки соответствующих частных критериев, не наблюдается никаких изменений в оптимизации решения

по конкретному критерию выбора. Такие частные критерии, удаление которых не приводит к изменению наилучшего выбора, не оказывают влияния на выбираемое решение. Другими словами, они участвуют в процедурах оптимизации только формально.

В частности, при использовании критерия выбора по методу взвешенной суммы оценок частных критериев, как уже отмечалось, целевая (критериальная) функция имеет вид

$$F_i = \sum_{k=1}^N w_k a_{ik} \rightarrow \max.$$

В этом случае воздействие указанного феномена может быть обнаружено на основе следующих процедур.

Допустим, что некоторое слагаемое  $w_k a_{ik}$  в рассматриваемой целевой функции существенно больше остальных в формате рассматриваемой альтернативы. Естественно предположить, что именно частный критерий  $C_k$  будет обеспечивать выбор альтернативы. При этом некоторые другие частные критерии (с меньшими слагаемыми в целевой функции) могут не оказывать влияния на результаты сравнения альтернатив. Проверить это можно на основе расчёта рассматриваемой целевой функции, удалив из анализа один частный критерий с малым слагаемым. Если выбор альтернативы не изменится, то предположение подтвердится. Иначе убеждаемся, что исключённый частный критерий оказывает влияние на ранжирование альтернатив.

Понятно, что полную картину можно получить, если последовательно удалять по одному частному критерию (именно те, для которых есть подозрение в отсутствии влияния на ранжирование альтернатив) и выполнять указанные выше процедуры.

Один из способов, позволяющих устранить воздействие такого феномена, состоит в переходе к так называемым обобщённым данным для рассматриваемой задачи оптимизации [4, 18]. Уточним особенности такого перехода при максимизации задаваемых частных критериев.

Предварительно потребуется обратиться к координатам утопической точки (УТ). Рассмотрим координаты  $УТ_k = \max_{i=1, \dots, m} \{a_{ik}\}$ . При их использовании уже модифицированные обобщённые показатели частных критериев (с учётом их весов) примут вид

$$\frac{w_k a_{ik}}{УТ_k}.$$

Итак, далее в формате процедур реализуемой многокритериальной оптимизации предполагается использование именно обобщённых критериев выбора [4, 18].

### 3. Модифицированный подход к многокритериальному выбору альтернативы в условиях неопределённости

Как уже отмечалось, алгоритм выбора альтернативы по многим критериям в условиях неопределённости представлен в [17]. Приведём здесь краткий вариант этого алгоритма с модификацией, направленной на переход к обобщённым данным. Отличие от исходного алгоритма заключается в том, что теперь добавлен специальный шаг 4.

**Шаг 1. АТТРИБУТЫ ЗАДАЧИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА.** Задаётся перечень альтернатив  $X_i, i = 1, \dots, m$ , а также перечень частных критериев  $C_k, k = 1, \dots, N$ , с весами  $w_k$ . Априори предполагается, что в задаче требуется максимизировать показатели всех частных критериев. Задаётся многокритериальный критерий выбора. В численном примере, представленном в разд. 4, в качестве такового выступает критерий взвешенной суммы показателей частных критериев.

**Шаг 2. ФОРМИРОВАНИЕ ПОЛНОЙ ГРУППЫ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ; ЗАДАНИЕ КРИТЕРИЯ ВЫБОРА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ.** Для рассматриваемой ситуации формализуется полная группа возможных случайных событий, оказывающих влияние на экономический результат. Пусть для такой группы выделены события  $\theta_j, j = 1, \dots, n$ . На этом шаге также задаётся критерий выбора в условиях неопределённости. В численной иллюстрации в качестве такового выбран критерий Гурвица.

**Шаг 3. РАСЧЁТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ ДЛЯ СОБЫТИЙ ПОЛНОЙ ГРУППЫ.** Для каждой альтернативы  $X_i$  по частному критерию  $C_k$  при реализации события  $\theta_j$  определяется значение конечного результата  $a_{ijk}$ . Совокупность таких значений для каждой пары  $i, j$  представляется в виде вектора  $(a_{ij1}; \dots; a_{ijk}; \dots; a_{ijN})$ .

**Шаг 4. ПЕРЕХОД К ОБОБЩЁННЫМ ДАННЫМ.** Для каждой альтернативы  $X_i$  и полученного вектора  $(a_{ij1}; \dots; a_{ijk}; \dots; a_{ijN})$  реализуется переход к вектору обобщённых данных  $V_{ij} = (V_{ij1}; \dots; V_{ijk}; \dots; V_{ijN})$ , представляющему эту альтернативу:  $V_{ijk} = \frac{w_k a_{ijk}}{\text{УТ}_k}$ , где  $\text{УТ}_k = \max_{i=1, \dots, m} \{a_{ijk}\}$ .

**Шаг 5. ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ПОЛЕЗНОСТЕЙ.** С учётом атрибутов процедур выбора в условиях неопределённости на этом шаге требуется формализовать соответствующую матрицу полезностей  $B = (b_{ij})$ . Напомним, что элемент  $b_{ij}$  должен представлять полезность соответствующего результата для альтернативы  $X_i$  при внешнем воздействии  $\theta_j$ . При этом если в качестве показателя многокритериального критерия выбора, как в числовом примере, используется взвешенная сумма обобщённых оценок частных критериев, то  $b_{ij} = V_{ij1} + \dots + V_{ijN}$ .

ШАГ 6. ВЫБОР НАИЛУЧШЕЙ АЛЬТЕРНАТИВЫ. Определяются показатели заданного критерия выбора в условиях неопределённости, которые образуют дополнительный столбец матрицы полезностей. Если используется критерий Гурвица, как в числовом примере, то такие показатели находят по формуле:  $c \min_j \{b_{ij}\} + (1 - c) \max_j \{b_{ij}\}$ . Напомним, что в случае применения критерия Гурвица необходимо задать показатель  $c$ , отражающий задаваемый ЛПР уровень пессимизма ( $0 \leq c \leq 1$ ).

Далее при помощи численного примера проиллюстрируем предложенный алгоритм применительно к задаче выбора наилучшей стратегии при управлении запасами. В приложении А отмечены особенности реализуемой здесь оптимизации с учётом фактора временной ценности денег. Это позволит сократить объём представленного примера (в частности, за счёт возможности сослаться на атрибуты аналогичных расчётов, приведённых в [17]).

#### **4. Численный пример выбора наилучшей стратегии управления запасами при многих критериях с учётом фактора неопределённости**

Пусть рассматривается возможность распространения новой продукции парфюмерии из дружественной страны в Московскую область. Предполагается, что при определении стратегии управления запасами необходимо учитывать неопределённость спроса и неопределённость применительно к возможным задержкам, а также выбрать логистического посредника. Для упрощения изложения и последующих иллюстраций далее принимаем, что выбирается один из двух возможных таких посредников (в общем случае можно рассматривать задачу такого типа при любом соотношении долей участия в сделках с различными посредниками).

Учёт фактора неопределённости спроса предполагает, что возможны три сценария:  $D_1$  — низкий спрос,  $D_2$  — средний спрос,  $D_3$  — высокий спрос (их вероятности неизвестны). Сценарии по возможным задержкам поставок товара зависят от реализуемого сценария по спросу. Для упрощения задержки поставок будем учитывать только применительно к выбору второго посредника, а priori полагая, что у первого посредника задержки не случаются. В случае задержки по вине второго посредника годовые потери из-за них задаются экспертно в зависимости от реализованного сценария по спросу ( $S_2(D_1)$  — есть задержки при спросе  $D_1$ ;  $S_2(D_2)$  — есть задержки при спросе  $D_2$ ;  $S_2(D_3)$  — есть задержки при спросе  $D_3$ ).

Представим реализацию предложенного выше алгоритма выбора наилучшего решения. В соответствии с первым шагом алгоритма требуется задать перечень анализируемых альтернатив. Естественно, что они

обусловлены с одной стороны возможностью выбора ориентации на конкретный спрос (по указанным выше сценариям в условиях неопределённости). С другой стороны, альтернативы будут также обусловлены необходимостью выбора одного из двух возможных посредников. Далее рассмотрим шесть альтернативных решений применительно к указанной задаче оптимизации. Они обозначаются следующим образом:  $X_1(D_1; \Pi_1)$ ,  $X_2(D_1; \Pi_2)$ ,  $X_3(D_2; \Pi_1)$ ,  $X_4(D_2; \Pi_2)$ ,  $X_5(D_3; \Pi_1)$ ,  $X_6(D_3; \Pi_2)$ . Здесь обозначения в скобках указывают на ориентацию применительно к одному из трёх сценариев по спросу, а также применительно к выбору одного из двух посредников ( $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ ).

Многокритериальный выбор реализуется по следующим пяти частным критериям. Критерии и фигурирующие в них нежелательные величины заданы ЛПР:

- $C_1$  — разность между нежелательной величиной (17 000 у. е.) и фактическим значением годовых издержек на доставку товара от места производства до склада в Московской области; в стоимость доставки включены как затраты на транспортировку, так и таможенное оформление груза;
- $C_2$  — разность между нежелательной величиной (2400 у. е.) и фактическим значением годовых издержек хранения товара на складе в Московской области;
- $C_3$  — разность между нежелательной величиной (90 000 у. е.) и фактическим значением годовых потерь, связанных с задержками поставок по вине логистического посредника;
- $C_4$  — разность между нежелательной величиной (30 000 у. е.) и фактическим значением годовых потерь, связанных с ошибками прогнозирования спроса;
- $C_5$  — разность между нежелательной величиной (500 у. е.) и фактическим значением годовых транзакционных издержек.

По построению алгоритма показатели всех частных критериев должны быть определены таким образом, чтобы их требовалось максимизировать. Соответственно используемые при оптимизации показатели издержек формализованы так, что необходимо максимизировать разность между заданной экспертом величиной издержек, допустимой в крайнем случае, и их фактическим значением. Веса частных критериев выбраны следующим образом:  $w_1 = 0,3$ ,  $w_2 = 0,1$ ,  $w_3 = 0,2$ ,  $w_4 = 0,2$ ,  $w_5 = 0,2$ . Наконец, в качестве критерия многокритериального выбора применяется метод взвешенной суммы оценок частных критериев.

На втором шаге алгоритма для учёта фактора неопределённости задаём 6 событий, образующих полную группу. Речь идёт о следующих событиях полной группы:  $\theta_1 \rightarrow (D_1S_1)$ ,  $\theta_2 \rightarrow (D_2S_1)$ ,  $\theta_3 \rightarrow (D_3S_1)$ ,  $\theta_4 \rightarrow (D_1S_2)$ ,  $\theta_5 \rightarrow (D_2S_2)$ ,  $\theta_6 \rightarrow (D_3S_2)$ . В частности, отметим, что

Таблица 1

**Исходные данные для рассматриваемой задачи  
многокритериального выбора в условиях неопределённости**

Показатель	Обозначение	Значение	Ед. изм.
Низкий спрос на продукцию (первый сценарий)	$D_1$	1600	шт.
Средний спрос на продукцию (второй сценарий)	$D_2$	2000	шт.
Высокий спрос на продукцию (третий сценарий)	$D_3$	2300	шт.
Цена закупки	$C_{\Pi}$	380	у. е./шт.
Выручка от реализации единицы товара	$C_s$	430	у. е./шт.
Прибыль от реализации единицы товара	$P_{\Pi}$	50	у. е./шт.
Транзакционные издержки посредника I	—	100	у. е.
Транзакционные издержки посредника II	—	400	у. е.
Требуемые отчисления от прибыли на единицу товара	$L_{\Pi}$	10	у. е./шт.
Стоимость доставки посредником I	$C_{01}$	2500	у. е./партия
Стоимость доставки посредником II	$C_{02}$	2200	у. е./партия
Стоимость хранения единицы товара за год посредником I	$C_{h1}$	12	у. е./шт.
Стоимость хранения единицы товара за год посредником II	$C_{h2}$	11	у. е./шт.
Потери из-за задержек у второго посредника при спросе $D_1$	$S_2(D_1)$	50 000	у. е.
Потери из-за задержек у второго посредника при спросе $D_2$	$S_2(D_2)$	70 000	у. е.
Потери из-за задержек у второго посредника при спросе $D_3$	$S_2(D_3)$	80 000	у. е.

например событие  $\theta_1 \rightarrow (D_1 S_1)$  соотносится с ситуацией, когда наступает случайное событие  $\theta_1$ . Кроме того, на втором шаге надо указать задаваемый ЛПР критерий выбора в условиях неопределённости. Как уже отмечалось, в качестве такого критерия выбора задан критерий Гурвица. При этом для полноты изложения результаты такого выбора рассматриваются при трёх различных уровнях пессимизма  $c \in \{0,05; 0,5; 0,85\}$ .

Таблица 2

**Показатели альтернатив по частным критериям  $C_1-C_5$  применительно к ситуации с внешним воздействием по событию  $\theta_1$**

Альтернатива	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$X_1(D_1; \Pi_1)$	4 607,64	463,32	90 000	30 000	400
$X_2(D_1; \Pi_2)$	5 234,36	754,53	90 000	30 000	100
$X_3(D_2; \Pi_1)$	5 257,99	356,06	90 000	19 600	400
$X_4(D_2; \Pi_2)$	5 855,29	662,85	90 000	19 800	100
$X_5(D_3; \Pi_1)$	5 649,73	285,51	90 000	11 800	400
$X_6(D_3; \Pi_2)$	6 228,95	602,59	90 000	12 150	100
УТ	6 228,95	754,53	90 000	30 000	400

На третьем шаге алгоритма требуется рассчитать показатели частных критериев для всех альтернатив применительно к заданным событиям полной группы. Для этого понадобятся исходные данные, формализованные в табл. 1. Дополнительно отметим, что специальные показатели  $C_{\Pi}$ ,  $C_S$ ,  $P_{\Pi}$ ,  $L_{\Pi}$ , а также  $C_{01}$ ,  $C_{02}$ ,  $C_{h1}$ ,  $C_{h2}$  формализуются в приложении А.

Далее для краткости расчёты будут приведены только применительно к ситуации с внешним воздействием по событию  $\theta_1$  (см. табл. 2, где также представлены координаты соответствующей УТ). Возможные комментарии, в частности, для альтернативы  $X_1(D_1; \Pi_1)$  даны в приложении Б. При этом по спросу реализуется сценарий  $D_1$ , а по задержкам у второго посредника — сценарий  $S_1$ .

Таблица 3

**Обобщённые показатели альтернатив по частным критериям  $K_1-K_5$  применительно к ситуации с внешним воздействием по событию  $\theta_1$**

Альтернатива	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	$\sum K_i$
$X_1(D_1; \Pi_1)$	0,222	0,061	0,200	0,200	0,200	0,883
$X_2(D_1; \Pi_2)$	0,252	0,100	0,200	0,200	0,050	0,802
$X_3(D_2; \Pi_1)$	0,253	0,047	0,200	0,131	0,200	0,831
$X_4(D_2; \Pi_2)$	0,282	0,088	0,200	0,132	0,050	0,752
$X_5(D_3; \Pi_1)$	0,272	0,038	0,200	0,079	0,200	0,789
$X_6(D_3; \Pi_2)$	0,300	0,080	0,200	0,081	0,050	0,711

Обратим внимание, что согласно табл. 2 частные критерии  $C_2$  и  $C_5$  по всем альтернативам имеют показатели на порядок меньше, чем показатели других частных критериев. В такой ситуации возможно проявление феномена неадекватного выбора, который будет обусловлен несогласованностью порядка значений оценок частных критериев. Чтобы это проверить, следует сопоставить финальные результаты наилучшего выбора как с учётом второго и пятого частных критериев, так и без них (в частности, когда число частных критериев сократится до трёх), что будет сделано в табл. 6, 7. Предварительно следует реализовать шаг 4 модифицированного алгоритма. Тем самым требуется выполнить переход к обобщённым показателям всех частных критериев.

Далее для реализации шага 4 алгоритма в табл. 3 представлены обобщённые показатели частных критериев. При этом частные критерии  $C_k$  после реализации этой процедуры будем обозначать через  $K_k$ .

В соответствии с четвёртым шагом алгоритма в табл. 3 реализован переход к обобщённым данным. При этом, например, для альтернативы  $X_1(D_1; \Pi_1)$  её обобщённый показатель по частному критерию  $K_1$  составит  $\frac{w_1 a_{111}}{\sum T_1} = \frac{0,3 \cdot 4607,64}{6228,95} = 0,222$ .

Соответствующий столбец для матрицы полезностей в случае реализации события  $\theta_1$  (что потребуется на следующем шаге алгоритма) получен в табл. 3 при сложении найденных обобщённых показателей частных критериев по строкам.

В соответствии с пятым шагом алгоритма в табл. 4 сформирована матрица полезностей, в которой её первый столбец для случая реализации события  $\theta_1$  получен на основе табл. 3. Расчёты по остальным событиям, как отмечалось выше, опускаются.

Таблица 4

Матрица полезностей в условиях неопределённости

Альтернатива	Обобщённый экономический результат при возможных внешних воздействиях (в формате полной группы случайных событий)					
	$\theta_1$ ( $D_1 S_1$ )	$\theta_2$ ( $D_2 S_1$ )	$\theta_3$ ( $D_3 S_1$ )	$\theta_4$ ( $D_1 S_2$ )	$\theta_5$ ( $D_2 S_2$ )	$\theta_6$ ( $D_3 S_2$ )
$X_1(D_1; \Pi_1)$	0,883	0,683	0,314	0,883	0,683	0,314
$X_2(D_1; \Pi_2)$	0,802	0,638	0,381	0,802	0,638	0,381
$X_3(D_2; \Pi_1)$	0,831	0,844	0,591	0,731	0,744	0,491
$X_4(D_2; \Pi_2)$	0,752	0,798	0,652	0,651	0,698	0,552
$X_5(D_3; \Pi_1)$	0,789	0,824	0,773	0,639	0,674	0,623
$X_6(D_3; \Pi_2)$	0,711	0,778	0,830	0,559	0,628	0,680

Таблица 5

**Результаты выбора по критерию Гурвица  
при различных уровнях пессимизма  $c$**

Альтернатива	$c = 0,05$	$c = 0,5$	$c = 0,85$
$X_1(D_1; \Pi_1)$	<b>0,855</b>	0,599	0,399
$X_2(D_1; \Pi_2)$	0,781	0,591	0,444
$X_3(D_2; \Pi_1)$	0,827	0,668	0,544
$X_4(D_2; \Pi_2)$	0,786	0,675	0,589
$X_5(D_3; \Pi_1)$	0,814	<b>0,724</b>	<b>0,653</b>
$X_6(D_3; \Pi_2)$	0,816	0,694	0,599

В соответствии с заключительным шагом алгоритма в табл. 5 представлены результаты выбора по критерию Гурвица при различном возможном уровне пессимизма ЛПР, реализованные по данным табл. 4.

Например, при  $c = 0,05$  для альтернативы  $X_1(D_1; \Pi_1)$  показатель критерия Гурвица составит  $0,05 \cdot 0,314 + 0,95 \cdot 0,883 = 0,855$ . Таким образом, при  $c = 0,05$  альтернатива  $X_1(D_1; \Pi_1)$  становится наилучшей, а при  $c = 0,5$  и при  $c = 0,85$  наилучшей становится альтернатива  $X_5(D_3; \Pi_1)$ .

### 5. Оценка факта проявления феномена неадекватного выбора

Для оценки факта проявления феномена неадекватного выбора сравним итоговые результаты наилучшего выбора в ситуациях с использованием различных наборов частных критериев, представленные в табл. 6.

Из табл. 6 видно, что для критерия Гурвица использование исходного алгоритма оптимизации (без перехода к обобщённым данным) при задействовании всех частных критериев даёт те же результаты, что и без учёта второго или пятого частных критериев или без них вместе взятых. Причём такое подведение исходного алгоритма наблюдается при любом

Таблица 6

**Сравнение результатов наилучшего выбора  
для исходного алгоритма**

Атрибуты алгоритма	$c = 0,05$	$c = 0,5$	$c = 0,85$
С учётом всех критериев	$X_2(D_1; \Pi_2)$	$X_1(D_1; \Pi_1)$	$X_1(D_1; \Pi_1)$
Без 2-го частного критерия	$X_2(D_1; \Pi_2)$	$X_1(D_1; \Pi_1)$	$X_1(D_1; \Pi_1)$
Без 5-го частного критерия	$X_2(D_1; \Pi_2)$	$X_1(D_1; \Pi_1)$	$X_1(D_1; \Pi_1)$
Без 2-го и 5-го частных критериев	$X_2(D_1; \Pi_2)$	$X_1(D_1; \Pi_1)$	$X_1(D_1; \Pi_1)$

уровне пессимизма ЛПР. Таким образом, проявляется феномен неадекватного выбора в указанном выше понимании: второй и пятый частные критерии не оказывают влияния на наилучший выбор.

### 6. Возможности устранения воздействия феномена неадекватного выбора

Чтобы убедиться в устранении феномена неадекватного выбора, сравним итоговые результаты наилучшего выбора в ситуациях с использованием различных наборов частных критериев при реализации модифицированного алгоритма, представленные в табл. 7.

Как видно из табл. 7, удаление только пятого частного критерия (в формате процедур оптимизации) меняет наилучший выбор. Это значит, что теперь (при использовании обобщённых данных) пятый частный критерий будет оказывать влияние на выбор. Другими словами, можно говорить об устранении проявления феномена неадекватного выбора применительно к указанному частному критерию.

В то же время, как видно из табл. 7, удаление только второго частного критерия (в формате процедур оптимизации) не меняет наилучший выбор. Стоит отметить, что в данной ситуации (рассматриваемой числовой иллюстрации) предложенная модификация не обеспечила устранение указанного феномена. Тем не менее, в более общих ситуациях (см. ниже) использование указанной модификации позволяет избавиться от воздействия рассматриваемого нежелательного феномена.

Действительно, как видно из табл. 7, для обобщённого критерия Гурвица в случае одновременного удаления и второго, и пятого частных критериев при использовании предложенного модифицированного алгоритма происходит изменение наилучшего выбора. Это значит, что при использовании обобщённых данных указанные второй и пятый частные критерии оказывают влияние на выбор. Как видим, можно говорить об устранении проявления феномена неадекватного выбора.

Таблица 7

#### Сравнение результатов наилучшего выбора для модифицированного алгоритма

Атрибуты алгоритма	$c = 0,05$	$c = 0,5$	$c = 0,85$
С учётом всех критериев	$X_1(D_1; \Pi_1)$	$X_5(D_3; \Pi_1)$	$X_5(D_3; \Pi_1)$
Без 2-го частного критерия	$X_1(D_1; \Pi_1)$	$X_5(D_3; \Pi_1)$	$X_5(D_3; \Pi_1)$
Без 5-го частного критерия	$X_6(D_3; \Pi_2)$	$X_6(D_3; \Pi_2)$	$X_6(D_3; \Pi_2)$
Без 2-го и 5-го частных критериев	$X_6(D_3; \Pi_2)$	$X_6(D_3; \Pi_2)$	$X_6(D_3; \Pi_2)$

Наконец, отметим следующее. Предложенная модификация не может во всех случаях гарантировать исключение воздействия рассматриваемого нежелательного феномена.

### **Заключение**

В статье предложена модификация моделей для выбора наилучших решений по обеспечению поставок заказов при управлении запасами. Речь идёт о моделях многокритериальной оптимизации, применяемых в условиях неопределённости на дискретном множестве решений, которое представляется множеством анализируемых альтернатив.

Цель такой модификации состоит в устранении феномена неадекватного выбора, обусловленного несогласованностью порядка значений имеющих оценок для частных критериев. Особенность предложенного изменения процедуры оптимизации заключается в том, что заданные показатели частных критериев представляются в виде обобщённых данных.

В статье дана численная иллюстрация представленного модифицированного алгоритма. Она соотносится с примером оптимизации стратегии управления запасами, когда в формате модели требуется учитывать фактор неопределённости и концепцию временной ценности денег. Кроме того, в модели дополнительно обеспечивается возможность выбора логистического посредника. При этом оптимизация решения о поставках заказов реализуется в условиях неопределённости спроса и возможных задержек поставок заказов.

Приведённый пример позволяет сделать следующие выводы. Использование обобщённых критериев выбора в формате указанных задач действительно может обеспечить устранение влияния феномена неадекватного выбора, обусловленного несогласованностью порядка значений оценок частных критериев. При этом в формате приведённой численной иллюстрации впервые показано, что предложенная модификация не во всех случаях будет гарантировать исключение воздействия рассматриваемого нежелательного феномена.

### **Финансирование работы**

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 24–21–00339, [rscf.ru/project/24-21-00339/](http://rscf.ru/project/24-21-00339/)). Дополнительных грантов на проведение или руководство этим исследованием получено не было.

### **Конфликт интересов**

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Литература

1. **Бродецкий Г. Л., Герами В. Д., Гусев Д. А., Колик А. В.** Трансформация цепей поставок в ситуации глобального кризиса // Анализ и прогноз. Журн. ИМЭМО РАН. 2023. № 2. С. 14–23.
2. **Мушик Э., Мюллер П.** Методы принятия технических решений. М.: Мир, 1990. 206 с.
3. **Muschick E., Müller P. H.** Entscheidungspraxis: Ziele, Verfahren, Konsequenzen. Berlin: VEB Verl. Technik, 1987. 144 S. [German].
4. **Бродецкий Г. Л.** Системный анализ в логистике. Выбор в условиях неопределённости. М.: Изд. центр «Академия», 2018. 336 с.
5. **Подиновский В. В.** Теория важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений при неопределённости. I. Исходные положения // Информ. технологии моделир. и управления. 2010. № 5. С. 599–607.
6. **Косоруков О. А., Свиридова О. А.** Учёт неопределённости спроса при оптимизации системы управления запасами // Логистика. 2012. № 6. С. 12–13.
7. **Ben Abdelaziz F., Lang P., Nadeau R.** Dominance and efficiency in multi-criteria decision under uncertainty // Theory Decis. 1999. V. 47, No. 3. P. 191–212.
8. **Zhukovin V. E., Burshtein F. V., Korelov E. S.** A decision making model with vector fuzzy preference relation // Fuzzy Sets Syst. 1987. V. 24, No. 1–2. P. 71–79.
9. **Gilboa I.** Theory of decision under uncertainty. Cambridge: Camb. Univ. Press, 2009. 214 p.
10. **Baydaş M., Pamučar D.** Determining objective characteristics of MCDM methods under uncertainty: An exploration study with financial data // Mathematics. 2022. V. 10, No. 7. Paper ID 1115. 25 p.
11. **Tzeng G. H., Huang J. J.** Multiple attribute decision making: Methods and applications. Boca Raton: CRC Press, 2011. 352 p.
12. **Шикин Е. В., Чхартишвили А. Г.** Математические методы и модели в управлении. М.: Дело, 2000. 440 с.
13. **Ларичев О. И.** Теория и методы принятия решений. М.: Университетская лавка; Логос, 2008. 392 с.
14. **Ногин В. Д.** Принятие решений в многокритериальной среде. Количественный подход. М.: Физматлит, 2004. 176 с.
15. **Подиновский В. В.** Идеи и методы теории важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. М.: Наука, 2019. 103 с.
16. **Thakkar J. J.** Multi-criteria decision making. Singapore: Springer, 2021. 390 p. (Stud. Syst. Decis. Control; V. 336).
17. **Brodetskiy G. L., Gusev D. A., Shidlovskii I. G.** Multi-criteria optimisation under the conditions of uncertainty in logistics and supply chain management // Int. J. Logist. Syst. Manag. 2021. V. 39, No. 2. P. 207–227.
18. **Бродецкий Г. Л., Гусев Д. А., Шидловский И. Г.** Оптимизация решений по многим критериям в исследованиях логистики. М.: ИНФРА-М, 2020. 284 с.

19. Бродецкий Г. Л., Гусев Д. А., Свиридова О. А., Шидловский И. Г. Возможности процедур оптимизации в условиях неопределённости при их синтезе с выбором решения по многим критериям // Мягкие измерения и вычисления. 2023. № 5. С. 22–36.
20. Brodetskiy G. L. The inventory optimisation taking into account time value of money and order payment deferrals // Int. J. Logist. Syst. Manag. 2017. V. 28, No. 4. P. 486–506.

### Приложение А

Для определения оптимальной стратегии управления запасами требуется вспомогательный показатель, характеризующий рентабельность работы рассматриваемой цепи поставок. Это обусловлено тем, что процедуры оптимизации будут реализованы с учётом концепции временной ценности денег (ВЦД) [20].

Оптимальный размер заказа  $q_{\text{опт}}$  вычисляется с учётом издержек хранения по фактически занимаемым местам на складе:

$$q_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{2C_0D}{C_h + rC_{\Pi}}}, \quad (1)$$

где  $r$  — показатель рентабельности работы цепи поставок, который для указанной модели можно найти по формуле [20]

$$r = \frac{(P_{\Pi} - L_{\Pi})\sqrt{\frac{DC_h}{2C_0}} - C_h}{C_{\Pi} + \sqrt{\frac{C_0C_h}{2D}}}, \quad (2)$$

в которой участвуют следующие параметры:

- $C_0$  — расходы на поставку одной партии товара, причём только такие, которые не зависят от количества поставляемого товара (в числовом примере такой показатель используется в виде  $C_{01}$  для первого посредника и в виде  $C_{02}$  для второго посредника);
- $D$  — объём годового потребления товара;
- $C_h$  — годовые издержки хранения единицы товара (в числовом примере такой показатель используется в виде  $C_{h1}$  для первого посредника и в виде  $C_{h2}$  для второго посредника);
- $C_{\Pi}$  — стоимость единицы товара (в этот показатель принято также включать расходы на поставку, которые зависят от размера заказа);
- $P_{\Pi}$  — прибыль от реализации единицы товара;
- $L_{\Pi}$  — требуемые отчисления от прибыли на единицу товара (нужны в модели, чтобы дать менеджерам возможность учитывать специальные расходы бизнеса, пропорциональные обороту товара: например, выплаты сотрудникам и/или страховым организациям, отчисления на хеджирование рисков и т. д.).

**Приложение Б**

В табл. 2 для альтернативы  $X_1(D_1; \Pi_1)$  показатель частного критерия  $C_1$  получен так:

$$C_1 = 17\,000 - C_{01} \frac{D_1}{q_1} = 17\,000 - 2500 \cdot \frac{1600}{323} = 4607,64.$$

При этом размер заказа ( $q_1$ ) рассчитан по формуле (1), а рентабельность  $r$  получена по формуле (2). Показатель частного критерия  $C_2$  получен по формуле

$$C_2 = 2400 - C_{h_1} \frac{q_1}{2} = 2400 - 12 \cdot \frac{323}{2} = 463,32,$$

а показатель частного критерия  $C_3$  равен  $90\,000 - 0 = 90\,000$ , поскольку у первого посредника нет задержек. Аналогично показатель частного критерия  $C_4$  равен  $30\,000 - 0 = 30\,000$ , так как при реализации события  $\theta_1$  не наблюдается ошибок в прогнозировании. Действительно, размер заказа  $q_1$  рассчитывается при ожидании спроса  $D_1$ , а событие  $\theta_1$  предусматривает реализацию спроса  $D_1$ . Показатель частного критерия  $C_5$  равен  $500 - 100 = 400$ .

Также отметим, что если фактически реализованный спрос больше, чем предельно допустимый в модели применительно к сценарию стратегии поставок, то вычисляется упущенная прибыль в размере недопоставленной продукции. Если же фактически реализованный спрос оказывается меньше, то рассчитываются потери в размере половины упущенной прибыли и половины годового хранения избыточного количества поставленного товара.

Гусев Денис Александрович  
Свиридова Ольга Александровна  
Шидловский Иван Геннадьевич  
Бродецкий Геннадий Леонидович

Статья поступила  
5 июля 2024 г.  
После доработки —  
18 августа 2024 г.  
Принята к публикации  
22 сентября 2024 г.

OPTIMIZATION OF INVENTORY MANAGEMENT STRATEGIES  
FOR ORDER DELIVERIES USING MULTICRITERIA DECISION  
MAKING UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY

*D. A. Gusev*<sup>1, a</sup>, *O. A. Sviridova*<sup>1, b</sup>,  
*I. G. Shidlovskii*<sup>1, c</sup>, and *G. L. Brodetskiy*<sup>2, d</sup>

<sup>1</sup> Plekhanov Russian University of Economics,  
Stremyanny Lane, 36, 115054 Moscow, Russia

<sup>2</sup> Graduate School of Business, HSE University  
Shabolovka Street, 26, Bld. 1, 119049 Moscow, Russia

E-mail: <sup>a</sup> gussev79@mail.ru, <sup>b</sup> sviridova.oa@rea.ru,  
<sup>c</sup> shdlvsk-ivan@yandex.ru, <sup>d</sup> gbrodetskiy@hse.ru

**Abstract.** In today's inventory management, there is a need to optimize new models in order to select the best solution to ensure order fulfillment. These models must take into account various uncertainties, as well as the concept of time value of money. At the same time, it is important to note that in practice, appropriate solutions are often multicriteria due to the complex nature of supply chains.

To address this, the authors have developed a method for optimizing such tasks based on a combination of multicriteria optimization procedures and decision making under uncertainty. However, this approach is shown to require further refinement in practice. The proposed refinement aims to assist managers in avoiding undesirable outcomes related to alternative selection. These are situations related to phenomena that lead to the selection of alternatives that may not be optimal for the preferences of the decision maker.

The corresponding adjustment would result in introduction of a specific feature in the form of optimization procedures. In such an adjustment, it is proposed to present initial indicators of given specific criteria on the basis of so-called aggregated data, which eliminates the factor of dimensionality. A numerical example is provided using the development of a stock management strategy as an example, considering the need to

select a logistics intermediary and in conditions of uncertainty regarding demand and potential delays in delivery. In this scenario, a weighted average of estimates of specific criteria is used as the selection criterion and the Hurwitz criterion is employed to account for uncertainty. Tab. 7, bibliogr. 20.

**Keywords:** inventory management, choice under uncertainty, demand uncertainty, delivery delay, multicriteria optimization, generalized selection criteria, phenomena of inadequate choice.

### References

1. **G. L. Brodetskiy, V. D. Gerami, D. A. Gusev, and A. V. Kolik**, Supply chain transformation amid a global crisis, *Anal. Progn., Zh. IMEMO RAN*, No. 2, 14–23 (2023) [Russian].
2. **E. Muschick and P. H. Müller**, *Method for Making Technical Decisions* (Mir, Moscow, 1990) [Russian].
3. **E. Muschick and P. H. Müller**, *Entscheidungspraxis: Ziele, Verfahren, Konsequenzen* (VEB Verl. Technik, Berlin, 1987) [German].
4. **G. L. Brodetskiy**, *Systems Analysis in Logistics. Choice Under Uncertainty* (Izd. Tsentr “Akademiya”, Moscow, 2018) [Russian].
5. **V. V. Podinovski**, Theory of criteria importance in multicriteria decision making problems under uncertainty. I. Initial provisions, *Inf. Tekhnol. Model. Upr.*, No. 5, 599–607 (2010) [Russian].
6. **O. A. Kosorukov and O. A. Sviridova**, Taking into account the demand uncertainty while optimizing the inventory management, *Logistika*, No. 6, 12–13 (2012) [Russian].
7. **F. Ben Abdelaziz, P. Lang, and R. Nadeau**, Dominance and efficiency in multicriteria decision under uncertainty, *Theory Decis.* **47** (3), 191–212 (1999).
8. **V. E. Zhukovin, F. V. Burshtein, and E. S. Korelov**, A decision making model with vector fuzzy preference relation, *Fuzzy Sets Syst.* **24** (1–2), 71–79 (1987).
9. **I. Gilboa**, *Theory of Decision Under Uncertainty* (Camb. Univ. Press, Cambridge, 2009).
10. **M. Baydaş and D. Pamučar**, Determining objective characteristics of MCDM methods under uncertainty: An exploration study with financial data, *Mathematics* **10** (7), ID 1115 (2022).
11. **G. H. Tzeng and J. J. Huang**, *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications* (CRC Press, Boca Raton, 2011).
12. **E. V. Shikin and A. G. Chkhartishvili**, *Mathematical Methods and Models in Management* (Delo, Moscow, 2000) [Russian].
13. **O. I. Larichev**, *Theory and Methods of Decision Making* (Univ. Lavka; Logos, Moscow, 2008) [Russian].
14. **V. D. Nogin**, *Decision Making in a Multicriteria Environment. A Quantitative Approach* (Fizmatlit, Moscow, 2004) [Russian].

15. **V. V. Podinovski**, *Ideas and Methods of the Theory of Criteria Importance in Multicriteria Decision-Making Problems* (Nauka, Moscow, 2019) [Russian].
16. **J. J. Thakkar**, *Multi-Criteria Decision Making* (Springer, Singapore, 2021) (Stud. Syst. Decis. Control, Vol. 336).
17. **G. L. Brodetskiy, D. A. Gusev, and I. G. Shidlovskii**, Multi-criteria optimisation under the conditions of uncertainty in logistics and supply chain management, *Int. J. Logist. Syst. Manag.* **39** (2), 207–227 (2021).
18. **G. L. Brodetskiy, D. A. Gusev, and I. G. Shidlovskii**, *Optimizing Multi-Criteria Decisions in Logistics Research* (INFRA-M, Moscow, 2020) [Russian].
19. **G. L. Brodetskiy, D. A. Gusev, O. A. Sviridova, and I. G. Shidlovskii**, Possibilities of optimization procedures under uncertainty and their synthesis with solution choice by many criteria, *Myagkie Izmer. Vychisl.*, No. 5, 22–36 (2023) [Russian].
20. **G. L. Brodetskiy**, The inventory optimisation taking into account time value of money and order payment deferrals, *Int. J. Logist. Syst. Manag.* **28** (4), 486–506 (2017).

Denis A. Gusev  
Olga A. Sviridova  
Ivan G. Shidlovskii  
Gennady L. Brodetskiy

Received July 5, 2024  
Revised August 18, 2024  
Accepted September 22, 2024