ISSN 2949-5598

ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Том 32 № 2 2025

Новосибирск
Издательство Института математики

ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ
Апрель–июнь 2025. Т. 32, № 2. С. 5–29

УДК 519.86 DOI: 10.33048/daio.2025.32.819

МОДЕЛЬ МЕЖДУНАРОДНОЙ ТОРГОВЛИ С ИНВЕСТИЦИЯМИ В НИОКР ПРИ МОНОПОЛИСТИЧЕСКОЙ КОНКУРЕНЦИИ: РАВНОВЕСИЕ В СИТУАЦИИ АВТАРКИИ

И. А. Быкадоров

Институт математики им. С. Л. Соболева,
пр. Акад. Коптюга, 4, 630090 Новосибирск, Россия

E-mail: bykad@math.nsc.ru

Аннотация. Исследуется модель международной торговли с участием двух стран при монополистической конкуренции производителей. Функции полезности потребителей аддитивно сепарабельны, транспортные издержки приняты по типу айсберга (iceberg type), функция производственных издержек нелинейна: предельные издержки являются убывающей функцией от инвестиций в НИОКР (научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы). Рассматривается рыночное равновесие в ситуации автаркии (ситуация, когда транспортные издержки настолько велики, что международная торговля прекращается). Произведена сравнительная статика по транспортным издержкам равновесных переменных (индивидуального потребления, размера и массы фирм, цен), а также общественного благосостояния. Библиогр. 10.

Ключевые слова: монополистическая конкуренция, международная торговля, потребитель, производитель, инвестиции в НИОКР, транспортные издержки по типу айсберга, равновесие, автаркия.

Введение

Производительность труда является существенным фактором для любого предприятия. Эмпирические работы начала XXI в., в которых приводилось исследование отраслевых рынков, показали следующие результаты: фирмы на большом рынке имеют более низкие наценки [1]; размер (выпуск) фирмы зависит от размера рынка [2]; более крупные фирмы экспортируют продукцию в больших объёмах и более высокого качества [3].

Современное теоретическое изложение этих и других эмпирических закономерностей опирается на некоторые модификации модели монополистической конкуренции Диксита — Стиглица — Кругмана [4, 5], а также на её гетерогенный вариант, предложенный в работе Мелица [6]. Модель Диксита — Стиглица — Кругмана рассматривает влияние монополистической конкуренции на торговлю двух стран и отражает часто встречающийся тип рынка. Её изучение позволяет не только объяснить процессы, происходящие в экономике, но и прогнозировать её развитие.

В предлагаемой работе исследуется модель международной торговли двух стран при монополистической конкуренции производителей. Торговые издержки приняты по типу айсберга (iceberg type), т. е. для экспорта одной единицы товара требуется произвести τ единиц продукции. Стандартные вопросы при исследовании таких моделей следующие: сравнительная статика по торговым издержкам потребления, массы фирм, выпусков, цен, общественного благосостояния. Наибольший интерес вызывают два «предельных» случая: свободы торговли и автаркии.

В работе [7] получен следующий результат для случая линейных производственных издержек: либерализация торговли вблизи автаркии ухудшает общественное благосостояние. В предлагаемой работе изучен более адекватный с экономической точки зрения частный случай нелинейных производственных издержек, когда предельные издержки являются убывающей функцией от инвестиций в НИОКР (научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки).

Текст работы организован следующим образом. В разд. 1 даётся постановка задачи: описаны предварительные сведения о модели (п. 1.1), задачи репрезентативных потребителей (п. 1.2), задачи производителей (п. 1.3), определено понятие общественного благосостояния (п. 1.4), описан симметричный случай (п. 1.5), определено понятие симметричного равновесия (п. 1.6).

Разд. 2 описывает локальную сравнительную статику симметричного равновесия по транспортным издержкам, которая получается путём полного дифференцирования системы равновесных уравнений. Особое внимание уделяется ситуации автаркии (см. п. 2.1); получена локальная сравнительная статика индивидуальных потреблений и инвестиций в НИОКР (утверждение 1), размеров и масс фирм (утверждение 2), цен (утверждение 3).

Далее, получены компактные формулы для эластичностей функций общественного благосостояния (утверждение 4), позволяющие приступить к разработке необременительных достаточных условий, гарантирующих возрастание общественного благосостояния вблизи автаркии, что обобщает результат [7], полученный для случая линейных производственных издержек.

Доказательства утверждений вынесены в отдельный разд. 3. В заключении обсуждаются полученные результаты и нерешённые вопросы, намечается план дальнейших исследований.

1. Постановка задачи

1.1. Предварительные сведения о модели. Исследуется классическая модель международной торговли двух стран при монополистической конкуренции производителей. В отличие от классических постановок, предполагается, что производственные издержки нелинейны. Точнее, предполагается, что предельные издержки являются убывающими функциями от инвестиций в НИОКР, причём производители могут выбирать объём этих инвестиций.

Модель основывается на следующих классических предположениях монополистической конкуренции [4, 5, 8–10]:

- единственным производственным фактором является труд;
- каждый потребитель обладает одной единицей труда;
- количество (масса) фирм достаточно велико;
- фирмы производят аналогичные, но не полностью взаимозаменяемые товары — так называемое «товарное разнообразие»;
- каждый вид товарного разнообразия производит один производитель (фирма);
- каждый производитель выпускает только один вид товарного разнообразия;
- количество (масса) фирм определяется условием «свободы входа» (ноль-прибыльностью фирмы) — фирмы входят на рынок до тех пор, пока их прибыль положительна;
- в каждой стране выполняются балансы по труду и торговые балансы.

Итак, имеются одна отрасль и один производственный фактор — труд.

В торговле участвуют две страны: страна B («большая») и страна S («малая»). Введём следующие два экзогенных параметра:

- L — количество жителей (потребителей) в стране B,
- l — количество жителей (потребителей) в стране S, $l \leqslant L$.

1.2. Потребитель. Предпочтения потребителей описываются аддитивно сепарабельной функцией полезности, которая максимизируется при бюджетном ограничении.

Элементарная функция полезности $u\colon \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ («функция суб-полезности») удовлетворяет следующим условиям:

- $u(0) = 0$ (пока ничего не потребили, полезность равна нулю);
- $u'(\xi) > 0$ при $\xi \geqslant 0$ (парадигма о рациональном поведении потребителя: чем больше потребляет, тем больше полезность);

• $u''(\xi) < 0$ при $\xi \geqslant 0$ (эффект насыщаемости: от каждой новой потреблённой единицы товара удовольствие всё меньше и меньше).

Таким образом, элементарная функция полезности строго возрастающая и строго вогнутая. Более того, предполагается, что в нуле производные конечны, т. е. $u'(0) < +\infty$ и $u''(0) > -\infty$.

Далее, пусть

• N — масса[1)] фирм в стране B,

• n — масса фирм в стране S.

Определим индивидуальное потребление. Внутреннее потребление:

• $X_i^r = X^r(i)$ — количество товара, произведённого в стране B фирмой $i \in [0, N]$ и потреблённого жителем $r \in \{1, \ldots, L\}$ страны B;

• $x_i^r = x^r(i)$ — количество товара, произведённого в стране S фирмой $i \in [0, n]$ и потреблённого жителем $r \in \{1, \ldots, l\}$ страны S.

Импортное потребление:

• $Z_i^r = Z^r(i)$ — количество товара, произведённого в стране B фирмой $i \in [0, N]$ и потреблённого жителем $r \in \{1, \ldots, l\}$ страны S;

• $z_i^r = z^r(i)$ — количество товара, произведённого в стране S фирмой $i \in [0, n]$ и потреблённого жителем $r \in \{1, \ldots, L\}$ страны B.

Далее, пусть

• $P_i^{X^r} = P^{X^r}(i)$ — цена единицы товара, произведённого в стране B фирмой $i \in [0, N]$ и потребляемого жителем $r \in \{1, \ldots, L\}$ в стране B;

• $p_i^{x^r} = p^{x^r}(i)$ — цена единицы товара, произведённого в стране S фирмой $i \in [0, n]$ и потребляемого жителем $r \in \{1, \ldots, l\}$ в стране S;

• $P_i^{Z^r} = P^{Z^r}(i)$ — цена единицы товара, произведённого в стране B фирмой $i \in [0, N]$ и потребляемого жителем $r \in \{1, \ldots, l\}$ в стране S;

• $p_i^{z^r} = p^{z^r}(i)$ — цена единицы товара, произведённого в стране S фирмой $i \in [0, n]$ и потребляемого жителем $r \in \{1, \ldots, L\}$ в стране B.

Наконец, пусть

• ω — заработная плата в стране B;

• заработная плата в стране S, как обычно (ср., например, [8]), нормируется к единице.

Предполагается, что в каждой стране каждый потребитель при потреблении единицы товара получает полезность $u(1)$.

Теперь можно сформулировать задачи репрезентативных потребителей в каждой стране. Каждый потребитель максимизирует свою функцию полезности при бюджетном ограничении, поэтому

[1)] Стандартная интерпретация понятия «массы фирм»: если на длинной дороге равномерно расставлены автозаправочные станции, то нас интересует не количество этих станций, а длина дороги. В этом случае говорят не о количестве фирм, а о массе фирм. Эта масса определяется эндогенно, причём, вообще говоря, она необязательно будет целой.

- задача потребителя $r \in \{1, \dots, L\}$ в стране B имеет вид

$$\int\limits_0^N u\bigl(X_i^r\bigr)\,di + \int\limits_0^n u\bigl(z_i^r\bigr)\,di \to \max,$$
$$\int\limits_0^N P_i^{X^r} X_i^r\,di + \int\limits_0^n p_i^{z^r} z_i^r\,di \leqslant \omega;$$

- задача потребителя $r \in \{1, \dots, l\}$ в стране S имеет вид

$$\int\limits_0^n u\bigl(x_i^r\bigr)\,di + \int\limits_0^N u(Z_i^r)\,di \to \max,$$
$$\int\limits_0^n p_i^{x^r} x_i^r\,di + \int\limits_0^N P_i^{Z^r} z_i^r\,di \leqslant 1.$$

Построим для каждой из этих задач функции Лагранжа. Тогда условия первого порядка (first order conditions, FOC) имеют вид

$$\begin{aligned}
u'\bigl(X_i^r\bigr) &= \Lambda P_i^{X^r}, \quad i \in [0, N],\ r \in \{1, \dots, L\},\\
u'\bigl(z_i^r\bigr) &= \Lambda p_i^{z^r}, \quad i \in [0, n],\ r \in \{1, \dots, l\},\\
u'\bigl(x_i^r\bigr) &= \lambda p_i^{x^r}, \quad i \in [0, n],\ r \in \{1, \dots, l\},\\
u'\bigl(Z_i^r\bigr) &= \lambda P_i^{Z^r}, \quad i \in [0, N],\ r \in \{1, \dots, L\},
\end{aligned}$$

где λ, Λ — множители Лагранжа.

Отсюда получаем следующие обратные функции спроса:

$$\begin{aligned}
p(X_i^r, \Lambda) &= \frac{u'\bigl(X_i^r\bigr)}{\Lambda}, \quad i \in [0, N],\ r \in \{1, \dots, L\},\\
p(z_i^r, \Lambda) &= \frac{u'\bigl(z_i^r\bigr)}{\Lambda}, \quad i \in [0, n],\ r \in \{1, \dots, l\},\\
p(x_i^r, \lambda) &= \frac{u'\bigl(x_i^r\bigr)}{\lambda}, \quad i \in [0, n],\ r \in \{1, \dots, l\},\\
p(Z_i^r, \Lambda) &= \frac{u'\bigl(Z_i^r\bigr)}{\Lambda}, \quad i \in [0, N],\ r \in \{1, \dots, L\}.
\end{aligned}$$

1.3. Производитель. Для транспортных издержек в международной торговле примем модель айсберга: для продажи y единиц продукции в другой стране фирма производит τy, $\tau \geqslant 1$, единиц продукции[2]. Тогда выпуск фирмы $i \in [0, N]$ в стране B равен

$$Q_i = \sum_{r=1}^{L} X_i^r + \tau \sum_{r=1}^{l} Z_i^r, \quad i \in [0, N],$$

а выпуск фирмы $i \in [0, n]$ в стране S —

$$q_i = \sum_{r=1}^{l} x_i^r + \tau \sum_{r=1}^{L} z_i^r, \quad i \in [0, n].$$

В рассматриваемой модели торговли предполагается, что производитель осуществляет инвестиции в НИОКР, которые являются фиксированными издержками, а предельные издержки $c(\xi)$ являются убывающей функцией от фиксированных издержек[3]. Таким образом, если фирма производит ξ единиц продукции (измеряемых в единицах труда) и инвестирует в НИОКР η единиц труда, то фирма несёт издержки

$$V(\xi, \eta) = c(\eta) \cdot \xi + \eta, \quad c'(\eta) < 0.$$

Тогда функция производственных издержек фирмы $i \in [0, N]$ в стране B имеет вид

$$V(Q_i, F_i) = c(F_i) \cdot Q_i + F_i, \quad i \in [0, N],$$

функция производственных издержек фирмы $i \in [0, n]$ в стране S —

$$V(q_i, f_i) = c(f_i) \cdot q_i + f_i, \quad i \in [0, n],$$

функция прибыли фирмы $i \in [0, N]$ в стране B —

$$\Pi_i = \sum_{r=1}^{L} p\big(X_i^r, \Lambda\big) \cdot X_i^r + \sum_{r=1}^{l} p\big(Z_i^r, \lambda\big) \cdot Z_i^r - \omega \cdot V(Q_i, F_i), \quad i \in [0, N],$$

а функция прибыли фирмы $i \in [0, n]$ в стране S —

$$\pi_i = \sum_{r=1}^{l} p\big(x_i^r, \lambda\big) \cdot x_i^r + \sum_{r=1}^{L} p\big(z_i^r, \Lambda\big) \cdot z_i^r - V(q_i, f_i), \quad i \in [0, n].$$

Для удобства обозначений введём понятие нормализованной выручки $R(\xi) = u'(\xi) \cdot \xi$. Тогда функция прибыли фирмы $i \in [0, N]$ в стране B

---

[2] Стандартная интерпретация понятия транспортных издержек по типу айсберга: стоимость транспортировки товара вычитается из его начальной стоимости, так что с увеличением длины пути товар «тает», как айсберг.

[3] Стандартная интерпретация этого феномена: чем больше инвестиции в НИОКР, тем меньше издержки на выпуск единицы продукции.

примет вид

$$\Pi_i = \sum_{r=1}^{L} \frac{R\big(X_i^r\big)}{\Lambda} + \sum_{r=1}^{l} \frac{R\big(Z_i^r\big)}{\lambda} - \omega \cdot V(Q_i, F_i), \quad i \in [0, N],$$

функция прибыли фирмы $i \in [0, n]$ в стране S —

$$\pi_i = \sum_{r=1}^{l} \frac{R\big(x_i^r\big)}{\lambda} + \sum_{r=1}^{L} \frac{R\big(z_i^r\big)}{\Lambda} - V(q_i, f_i), \quad i \in [0, n].$$

Поскольку общие издержки должны равняться полному количеству труда в стране, выполняются балансы по труду в стране B

$$\int\limits_0^N V(Q_i, F_i)\, di = L$$

и стране S

$$\int\limits_0^n V(q_i, f_i)\, di = l.$$

1.4. Общественное благосостояние. Под общественным благосостоянием в данном классе моделей понимается полная полезность, так что общественное благосостояние в стране B записываем в виде

$$W^B = L \int\limits_0^N u\big(X_i^r\big)\, di + L \int\limits_0^n u\big(z_i^r\big)\, di,$$

а общественное благосостояние в стране S — в виде

$$W^S = l \int\limits_0^n u\big(x_i^r\big)\, di + l \int\limits_0^N u\big(Z_i^r\big)\, di.$$

1.5. Симметричный случай. В симметричной модели предполагается, что

• все потребители одинаковы, поскольку формируют свои предпочтения, используя одну и ту же элементарную функцию полезности $u(\xi)$;

• все производители одинаковы, поскольку формируют свои издержки, используя одну и ту же функцию производственных издержек $V(\xi, \eta)$.

При таких условиях представляется целесообразным (ср. [7, 8]) рассматривать симметричный случай, опуская индексы i и r. Тогда

• $X = X_i^r$, $i \in [0, N]$, $r \in \{1, \dots, L\}$, — количество товара, произведённого одной фирмой в стране B и потреблённого одним жителем страны B;

• $x = x_i^r$, $i \in [0, n]$, $r \in \{1, \ldots, l\}$, — количество товара, произведённого одной фирмой в стране S и потреблённого одним жителем страны S;

• $Z = Z_i^r$, $i \in [0, N]$, $r \in \{1, \ldots, l\}$, — количество товара, произведённого одной фирмой в стране B и потреблённого одним жителем страны S;

• $z = z_i^r$, $i \in [0, n]$, $r \in \{1, \ldots, L\}$, — количество товара, произведённого одной фирмой в стране S и потреблённого одним жителем страны B.

В этом случае выпуск одной фирмы в стране B составляет

$$Q = LX + \tau l Z, \tag{1}$$

а выпуск одной фирмы в стране S —

$$q = lx + \tau L z. \tag{2}$$

Также имеем

• $F = F_i$, $i \in [0, N]$, — инвестиции в НИОКР фирмы в стране B;

• $f = f_i$, $i \in [0, n]$, — инвестиции в НИОКР фирмы в стране S;

• $V(Q, F) = c(F) \cdot Q + F$ — издержки одной фирмы в стране B;

• $V(q, f) = c(f) \cdot q + f$ — издержки одной фирмы в стране S.

Обратные функции спроса определяются следующим образом:

• цена единицы товара, произведённого одной фирмой в стране B и потреблённого в количестве X одним жителем страны B, равна

$$p(X, \Lambda) = \frac{u'(X)}{\Lambda} = \frac{u'\left(X_i^r\right)}{\Lambda}, \quad i \in [0, N],\ r \in \{1, \ldots, L\}; \tag{3}$$

• цена единицы товара, произведённого одной фирмой в стране S и потреблённого в количестве x одним жителем страны S, равна

$$p(x, \lambda) = \frac{u'(x)}{\lambda} = \frac{u'\left(x_i^r\right)}{\lambda}, \quad i \in [0, n],\ r \in \{1, \ldots, l\}; \tag{4}$$

• цена единицы товара, произведённого одной фирмой в стране B и потреблённого в количестве Z одним жителем страны S, равна

$$p(Z, \lambda) = \frac{u'(Z)}{\lambda} = \frac{u'\left(Z_i^r\right)}{\lambda}, \quad i \in [0, N],\ r \in \{1, \ldots, l\}; \tag{5}$$

• цена единицы товара, произведённого одной фирмой в стране S и потреблённого в количестве z одним жителем страны B, равна

$$p(z, \lambda) = \frac{u'(z)}{\Lambda} = \frac{u'\left(z_i^r\right)}{\Lambda}, \quad i \in [0, n],\ r \in \{1, \ldots, L\}. \tag{6}$$

Далее, прибыль фирмы в стране B в симметричном случае оказывается равной

$$\Pi = L \cdot \frac{R(X)}{\Lambda} + l \cdot \frac{R(Z)}{\lambda} - \omega \cdot V(Q, F), \tag{7}$$

а прибыль фирмы в стране S —

$$\pi = l \cdot \frac{R(x)}{\lambda} + L \cdot \frac{R(z)}{\Lambda} - V(q, f). \tag{8}$$

Баланс по труду в стране B принимает вид

$$N \cdot V(Q, F) = L, \tag{9}$$

а в стране S —

$$n \cdot V(q, f) = l. \tag{10}$$

Торговый баланс — экспорт равен импорту — задаётся равенством

$$l \cdot N \cdot p(Z, \lambda) \cdot Z = L \cdot n \cdot p(z, \Lambda) \cdot z,$$

т. е. с учётом балансов по труду (9) и (10) имеем

$$\text{ТВ} = \frac{R(Z)}{\lambda \cdot V(Q, F)} - \frac{R(z)}{\Lambda \cdot V(q, f)} = 0. \tag{11}$$

Наконец, общественное благосостояние в странах B и S записываем в виде

$$W^B = L \cdot (N \cdot u(X) + n \cdot u(z)),$$
$$W^S = l \cdot (n \cdot u(x) + N \cdot u(Z)).$$

Учитывая при этом балансы по труду (9) и (10), получаем

$$W^B = \frac{L^2}{V(Q, F)} \cdot u(X) + \frac{Lt}{V(q, f)} \cdot u(z), \tag{12}$$

$$W^S = \frac{l^2}{V(q, f)} \cdot u(x) + \frac{Lt}{V(Q, F)} \cdot u(Z) \tag{13}$$

соответственно.

1.6. Симметричное равновесие. Фирмы максимизируют свои прибыли (7) и (8), поэтому требуется выполнение условий первого порядка

$$\Pi'_X \equiv \frac{\partial \Pi}{\partial X} = 0, \quad \Pi'_Z \equiv \frac{\partial \Pi}{\partial Z} = 0, \quad \Pi'_F \equiv \frac{\partial \Pi}{\partial F} = 0, \tag{14}$$

$$\pi'_x \equiv \frac{\partial \pi}{\partial x} = 0, \quad \pi'_z \equiv \frac{\partial \pi}{\partial z} = 0, \quad \pi'_f \equiv \frac{\partial \pi}{\partial f} = 0, \tag{15}$$

а также условий второго порядка (second order conditions, SOC) — отрицательная определённость матриц вторых производных:

$$\Pi'' < 0, \quad \pi'' < 0, \tag{16}$$

где

$$\Pi'' = \begin{pmatrix} \Pi''_{XX} & \Pi''_{XZ} & \Pi''_{XF} \\ \Pi''_{XZ} & \Pi''_{ZZ} & \Pi''_{ZF} \\ \Pi''_{XF} & \Pi''_{ZF} & \Pi''_{FF} \end{pmatrix}, \quad \pi'' = \begin{pmatrix} \pi''_{xx} & \pi''_{xz} & \pi''_{xf} \\ \pi''_{xz} & \pi''_{zz} & \pi''_{zf} \\ \pi''_{xf} & \pi''_{zf} & \pi''_{ff} \end{pmatrix}.$$

Также выполняются условия свободы входа (ноль-прибыльность), поскольку фирма входит на рынок, если её прибыль положительна, и уходит с рынка, если её прибыль отрицательна:

$$\Pi = 0, \quad \pi = 0. \tag{17}$$

Будем называть *симметричным равновесием* набор

$$(X^*, Z^*, F^*, x^*, z^*, f^*, \Lambda^*, \lambda^*, \omega^*),$$

удовлетворяющий следующим условиям:
- оптимальность в производстве, т. е. FOC (14), (15) и SOC (16);
- свобода входа (17);
- торговый баланс (11).

При найденных равновесных переменных, можно вычислить
- равновесные цены — из (3)–(6);
- равновесные массы фирм — из (9) и (10);
- равновесные выпуски фирм — из (1) и (2).

2. Локальная сравнительная статика симметричного равновесия по транспортным издержкам

Запишем равновесную систему в виде

$$\Psi(\Phi) = \Theta, \tag{18}$$

где

$$\Psi = \begin{pmatrix}\Pi'_X & \Pi'_Z & \Pi'_F & \pi'_x & \pi'_z & \pi'_f & \Pi & \pi & \mathrm{TB}\end{pmatrix}^\top,$$
$$\Phi = \begin{pmatrix}X & Z & F & x & z & f & \Lambda & \lambda & \omega\end{pmatrix}^\top,$$
$$\Theta = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}^\top.$$

Поскольку конкретные виды функций не предполагаются известными, равновесную систему (18) невозможно решить в явном виде [4)], поэтому будем изучать поведение решения этой системы при малом изменении какого-либо параметра. В качестве такого параметра возьмём транспортные издержки τ (ср. [7]).

Полное дифференцирование системы (18) по τ даёт

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\Phi}\cdot\frac{d\Phi}{d\tau} = -\frac{\partial\Psi}{\partial\tau},$$

где

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = \begin{pmatrix}\frac{dX}{d\tau} & \frac{dZ}{d\tau} & \frac{dF}{d\tau} & \frac{dx}{d\tau} & \frac{dz}{d\tau} & \frac{df}{d\tau} & \frac{d\Lambda}{d\tau} & \frac{d\lambda}{d\tau} & \frac{d\omega}{d\tau}\end{pmatrix}^\top,$$

[4)] В этой работе предполагается, что симметричное равновесие существует и единственно. Вопросы существования и единственности равновесия являются темами отдельных исследований.

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\tau} = \begin{pmatrix}\Pi''_{X\tau} & \Pi''_{Z\tau} & \Pi''_{F\tau} & \pi''_{x\tau} & \pi''_{z\tau} & \pi''_{f\tau} & \Pi'_{\tau} & \pi'_{\tau} & \mathrm{TB}'_{\tau}\end{pmatrix}^{\top} =$$

$$= \begin{pmatrix}0 & \Pi''_{Z\tau} & \Pi''_{F\tau} & 0 & \pi''_{z\tau} & \pi''_{f\tau} & \Pi'_{\tau} & \pi'_{\tau} & \mathrm{TB}'_{\tau}\end{pmatrix}^{\top},$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\Phi} = \begin{pmatrix}
\Pi''_{XX} & \Pi''_{XZ} & \Pi''_{XF} & \Pi''_{Xx} & \Pi''_{Xz} & \Pi''_{Xf} & \Pi''_{X\Lambda} & \Pi''_{X\lambda} & \Pi''_{X\omega} \\
\Pi''_{XZ} & \Pi''_{ZZ} & \Pi''_{ZF} & \Pi''_{Zx} & \Pi''_{Zz} & \Pi''_{Zf} & \Pi''_{Z\Lambda} & \Pi''_{Z\lambda} & \Pi''_{Z\omega} \\
\Pi''_{XF} & \Pi''_{ZF} & \Pi''_{FF} & \Pi''_{Fx} & \Pi''_{Fz} & \Pi''_{Ff} & \Pi''_{F\Lambda} & \Pi''_{F\lambda} & \Pi''_{F\omega} \\
\pi''_{Xx} & \pi''_{Zx} & \pi''_{Fx} & \pi''_{xx} & \pi''_{xz} & \pi''_{xf} & \pi''_{x\Lambda} & \pi''_{x\lambda} & \pi''_{x\omega} \\
\pi''_{Xz} & \pi''_{Zz} & \pi''_{Fz} & \pi''_{xz} & \pi''_{zz} & \pi''_{zf} & \pi''_{z\Lambda} & \pi''_{z\lambda} & \pi''_{z\omega} \\
\pi''_{Xf} & \pi''_{Zf} & \pi''_{Ff} & \pi''_{xf} & \pi''_{zf} & \pi''_{ff} & \pi''_{f\Lambda} & \pi''_{f\lambda} & \pi''_{f\omega} \\
\Pi'_{X} & \Pi'_{Z} & \Pi'_{F} & \Pi'_{x} & \Pi'_{z} & \Pi'_{f} & \Pi'_{\Lambda} & \Pi'_{\lambda} & \Pi'_{\omega} \\
\pi'_{X} & \pi'_{Z} & \pi'_{F} & \pi'_{x} & \pi'_{z} & \pi'_{f} & \pi'_{\Lambda} & \pi'_{\lambda} & \pi'_{\omega} \\
\mathrm{TB}'_{X} & \mathrm{TB}'_{Z} & \mathrm{TB}'_{F} & \mathrm{TB}'_{x} & \mathrm{TB}'_{z} & \mathrm{TB}'_{f} & \mathrm{TB}'_{\Lambda} & \mathrm{TB}'_{\lambda} & \mathrm{TB}'_{\omega}
\end{pmatrix}.$$

Матрица $\frac{\partial\Psi}{\partial\Phi}$ разреженная. Действительно, поскольку

$$\begin{gathered}
\Pi''_{XZ} = \Pi''_{Xx} = \Pi''_{Xz} = \Pi''_{Xf} = \Pi''_{X\lambda} = 0,\\
\Pi''_{XZ} = \Pi''_{Zx} = \Pi''_{Zz} = \Pi''_{Zf} = \Pi''_{Z\Lambda} = 0,\\
\Pi''_{Fx} = \Pi''_{Fz} = \Pi''_{Ff} = \Pi''_{F\Lambda} = \Pi''_{F\lambda} = 0,\\
\pi''_{Xx} = \pi''_{Zx} = \pi''_{Fx} = \pi''_{xz} = \pi''_{x\lambda} = \pi''_{x\omega} = 0,\\
\pi''_{Xz} = \pi''_{Zz} = \pi''_{Fz} = \pi''_{xz} = \pi''_{z\lambda} = \pi''_{z\omega} = 0,\\
\pi''_{Xf} = \pi''_{Zf} = \pi''_{Ff} = \pi''_{f\Lambda} = \pi''_{f\lambda} = \pi''_{f\omega} = 0,\\
\Pi'_{x} = \Pi'_{z} = \Pi'_{f} = \pi'_{X} = \pi'_{Z} = \pi'_{F} = \pi'_{\omega} = \mathrm{TB}'_{\omega} = 0,\\
\Pi''_{F\omega} = \Pi'_{X} = \Pi'_{Z} = \Pi'_{F} = \pi'_{x} = \pi'_{z} = \pi'_{f} = 0
\end{gathered}$$

в силу (14) и (15), матрица $\frac{\partial\Psi}{\partial\Phi}$ имеет вид

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\Phi} = \begin{pmatrix}
\Pi''_{XX} & 0 & \Pi''_{XF} & 0 & 0 & 0 & \Pi''_{X\Lambda} & 0 & \Pi''_{X\omega} \\
0 & \Pi''_{ZZ} & \Pi''_{ZF} & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi''_{Z\lambda} & \Pi''_{Z\omega} \\
\Pi''_{XF} & \Pi''_{ZF} & \Pi''_{FF} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \pi''_{xx} & 0 & \pi''_{xf} & 0 & \pi''_{x\lambda} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \pi''_{zz} & \pi''_{zf} & \pi''_{z\Lambda} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \pi''_{xf} & \pi''_{zf} & \pi''_{ff} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi'_{\Lambda} & \Pi'_{\lambda} & \Pi'_{\omega} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi'_{\Lambda} & \pi'_{\lambda} & 0 \\
\mathrm{TB}'_{X} & \mathrm{TB}'_{Z} & \mathrm{TB}'_{F} & \mathrm{TB}'_{x} & \mathrm{TB}'_{z} & \mathrm{TB}'_{f} & \mathrm{TB}'_{\Lambda} & \mathrm{TB}'_{\lambda} & 0
\end{pmatrix}.$$

Тем самым в силу SOC (16) производные

$$\frac{dX}{d\tau},\ \frac{dZ}{d\tau},\ \frac{dF}{d\tau},\ \frac{dx}{d\tau},\ \frac{dz}{d\tau},\ \frac{df}{d\tau}$$

однозначно выражаются через производные

$$\frac{d\Lambda}{d\tau},\ \frac{d\lambda}{d\tau},\ \frac{d\omega}{d\tau}.$$

Более точно,

$$\begin{pmatrix} \Pi''_{XX} & 0 & \Pi''_{XF} \\ 0 & \Pi''_{ZZ} & \Pi''_{ZF} \\ \Pi''_{XF} & \Pi''_{ZF} & \Pi''_{FF} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dX}{d\tau} \\ \frac{dZ}{d\tau} \\ \frac{dF}{d\tau} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \Pi''_{X\Lambda} \cdot \frac{d\Lambda}{d\tau} + \Pi''_{X\omega} \cdot \frac{d\omega}{d\tau} \\ \Pi''_{Z\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\tau} + \Pi''_{Z\omega} \cdot \frac{d\omega}{d\tau} + \Pi''_{Z\tau} \\ \Pi''_{F\tau} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \pi''_{xx} & 0 & \pi''_{xf} \\ 0 & \pi''_{zz} & \pi''_{zf} \\ \pi''_{xf} & \pi''_{zf} & \pi''_{ff} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dx}{d\tau} \\ \frac{dz}{d\tau} \\ \frac{df}{d\tau} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \pi''_{x\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\tau} \\ \pi''_{z\Lambda} \cdot \frac{d\Lambda}{d\tau} + \pi''_{z\tau} \\ \pi''_{f\tau} \end{pmatrix}.$$

2.1. Ситуация автаркии. Предположим, что при некотором достаточно большом τ равновесие таково, что $Z^* = z^* = 0$. В этих условиях международная торговля прекращается, наступает «автаркия» [5]. В случае автаркии имеем

$$\Pi''_{F\tau} = \Pi'_{\tau} = \Pi'_{\lambda} = \pi''_{f\tau} = \pi'_{\tau} = \pi'_{\Lambda} = 0,$$

$$\mathrm{TB}'_X = \mathrm{TB}'_F = \mathrm{TB}'_x = \mathrm{TB}'_f = \mathrm{TB}'_\Lambda = \mathrm{TB}'_\lambda = \mathrm{TB}'_\tau = 0,$$

поэтому

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\tau} = \begin{pmatrix} 0 & \Pi''_{Z\tau} & 0 & 0 & \pi''_{z\tau} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{\top},$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\Phi} = \begin{pmatrix} \Pi''_{XX} & 0 & \Pi''_{XF} & 0 & 0 & 0 & \Pi''_{X\Lambda} & 0 & \Pi''_{X\omega} \\ 0 & \Pi''_{ZZ} & \Pi''_{ZF} & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi''_{Z\lambda} & \Pi''_{Z\omega} \\ \Pi''_{XF} & \Pi''_{ZF} & \Pi''_{FF} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi''_{xx} & 0 & \pi''_{xf} & 0 & \pi''_{x\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi''_{zz} & \pi''_{zf} & \pi''_{z\Lambda} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi''_{xf} & \pi''_{zf} & \pi''_{ff} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi'_{\Lambda} & 0 & \Pi'_{\omega} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi'_{\lambda} & 0 \\ 0 & \mathrm{TB}'_Z & 0 & 0 & \mathrm{TB}'_z & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

так что имеем

$$\begin{pmatrix} \Pi''_{XX} & 0 & \Pi''_{XF} \\ 0 & \Pi''_{ZZ} & \Pi''_{ZF} \\ \Pi''_{XF} & \Pi''_{ZF} & \Pi''_{FF} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dX}{d\tau} \\ \frac{dZ}{d\tau} \\ \frac{dF}{d\tau} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \Pi''_{X\Lambda} \cdot \frac{d\Lambda}{d\tau} + \Pi''_{X\omega} \cdot \frac{d\omega}{d\tau} \\ \Pi''_{Z\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\tau} + \Pi''_{Z\omega} \cdot \frac{d\omega}{d\tau} + \Pi''_{Z\tau} \\ 0 \end{pmatrix},$$

[5] Как и в вопросе существования и единственности симметричного равновесия, предполагаем, что при некотором достаточно большом τ международная торговля действительно прекращается и наступает автаркия. Отметим, что существование и единственность равновесия, а также автаркия — это наблюдаемые феномены. По крайней мере, на модельном уровне существуют соответствующие примеры.

$$\begin{pmatrix} \pi''_{xx} & 0 & \pi''_{xf} \\ 0 & \pi''_{zz} & \pi''_{zf} \\ \pi''_{xf} & \pi''_{zf} & \pi''_{ff} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dx}{d\tau} \\ \frac{dz}{d\tau} \\ \frac{df}{d\tau} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \pi''_{x\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\tau} \\ \pi''_{z\Lambda} \cdot \frac{d\Lambda}{d\tau} + \pi''_{z\tau} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Pi'_\Lambda \cdot \frac{d\Lambda}{d\tau} + \Pi'_\omega \cdot \frac{d\omega}{d\tau} = 0,$$

$$\pi'_\lambda \cdot \frac{d\lambda}{d\tau} = 0,$$

$$\mathrm{TB}'_Z \cdot \frac{dZ}{d\tau} + \mathrm{TB}'_z \cdot \frac{dz}{d\tau} = 0.$$

Для дальнейшего изложения определим следующие понятия:

- $E_\xi = \frac{\tau}{\xi} \cdot \frac{d\xi}{d\tau}$ — эластичность переменной ξ по параметру τ;
- $\mathcal{E}_g(\xi) = \frac{\xi}{g(\xi)} \cdot g'(\xi)$ — эластичность функции $g(\xi)$ по аргументу ξ;
- $r_g(\xi) = -\frac{\xi}{g'(\xi)} \cdot g''(\xi)$ — мера Эрроу — Пратта функции $g(\xi)$ по аргументу ξ.

Утверждение 1. *В случае автаркии имеют место следующие утверждения.*

1. *В стране B равновесные индивидуальные потребления X, Z и инвестиции в НИОКР F таковы, что*

$$E_X = -\frac{\mathcal{E}_c(F)}{r_R(X)} \cdot E_F < 0,$$

$$\frac{dZ}{d\tau} = A \cdot E_F < 0,$$

$$E_F = \frac{1}{B} \cdot (1 + E_\omega) < 0,$$

где

$$A = \frac{LX}{l} \cdot \frac{1}{\tau^2} \cdot \left(\frac{\mathcal{E}_c(F)}{r_R(X)} + r_c(F) \right) > 0, \tag{19}$$

$$B = \frac{R''(0)}{R'(0)} \cdot \tau \cdot A - \mathcal{E}_c(F) < 0. \tag{20}$$

2. *В стране S равновесные индивидуальные потребления x, z и инвестиции в НИОКР f таковы, что*

$$E_x = -\frac{\mathcal{E}_c(f)}{r_R(x)} \cdot E_f < 0,$$

$$\frac{dz}{d\tau} = a \cdot E_f < 0,$$

$$E_f = \frac{1}{b} \cdot (1 - E_\omega) < 0,$$

где

$$a = \frac{lx}{L} \cdot \frac{1}{\tau^2} \cdot \left(\frac{\mathcal{E}_c(f)}{r_R(x)} + r_c(f) \right) > 0, \tag{21}$$

$$b = \frac{R''(0)}{R'(0)} \cdot \tau \cdot a - \mathcal{E}_c(f) < 0. \tag{22}$$

3. *Заработная плата ω в стране B такова, что*

$$E_\omega = \frac{V(Q,F) \cdot \lambda aB - V(q,f) \cdot \Lambda Ab}{V(q,f) \cdot \Lambda Ab + V(Q,F) \cdot \lambda aB} \in (-1,1). \tag{23}$$

В силу утверждения 1 вблизи автаркии при малом росте транспортных издержек наблюдается убывание в каждой стране как индивидуальных потреблений (домашних и импортных товаров) каждого потребителя, так и инвестиций в НИОКР каждой фирмы. Что касается заработной платы в стране B, то можно лишь гарантировать следующую оценку эластичности: $E_\omega \in (-1,1)$.

Естественно возникают вопросы о поведении выпусков (1) и (2) каждой фирмы, масс фирм (N и n), а также общего выпуска продукции (NQ и nq) и общих инвестиций в НИОКР (NF и nf) в каждой стране при малом росте транспортных издержек. Ответы на эти вопросы даёт

Утверждение 2. *В случае автаркии имеют место следующие утверждения.*

1. *В стране B равновесный выпуск Q каждой фирмы, масса фирм N, общий выпуск продукции NQ и общие инвестиции в НИОКР NF таковы, что*

$$E_Q = r_c(F) \cdot E_F < 0,$$
$$E_N = -\mathcal{E}_R(X) \cdot E_Q = -\mathcal{E}_R(X) \cdot r_c(F) \cdot E_F > 0,$$
$$E_{NQ} = (1 - \mathcal{E}_R(X)) \cdot r_c(F) \cdot E_F > 0,$$
$$E_{NF} = \mathcal{E}_{\mathcal{E}_c}(F) \cdot \mathcal{E}_R(X) \cdot E_F = \frac{\mathcal{E}_c'(F) \cdot F}{\mathcal{E}_c(F)} \cdot \mathcal{E}_R(X) \cdot E_F.$$

2. *В стране S равновесный выпуск q каждой фирмы, масса фирм n, общий выпуск продукции nq и общие инвестиции в НИОКР nf таковы, что*

$$E_q = r_c(f) \cdot E_f < 0,$$
$$E_n = -\mathcal{E}_R(x) \cdot E_q = -\mathcal{E}_R(x) \cdot r_c(f) \cdot E_f > 0,$$
$$E_{nq} = (1 - \mathcal{E}_R(x)) \cdot r_c(f) \cdot E_f > 0,$$
$$E_{nf} = \mathcal{E}_{\mathcal{E}_c}(f) \cdot \mathcal{E}_R(x) \cdot E_f = \frac{\mathcal{E}_c'(f) \cdot f}{\mathcal{E}_c(f)} \cdot \mathcal{E}_R(x) \cdot E_f.$$

В силу утверждения 2 вблизи автаркии при малом росте транспортных издержек наблюдается убывание выпусков (1) и (2) каждой фирмы, рост масс фирм N и n, а также общего выпуска продукции (NQ и nq). Что касается общих инвестиций в НИОКР (NF и nf) в каждой стране, то их поведение при этом определяется «эластичностью эластичности» предельных издержек $c(\xi)$ как функции от инвестиций в НИОКР.

Важно отметить, что (см. утверждения 1 и 2) поведение многих равновесных переменных (индивидуальных потреблений, выпусков и масс фирм, общих выпусков и общих инвестиций в НИОКР) в каждой из стран аналогично. Что касается цен (точнее, обратных функций спроса), то ситуация оказывается не столь однозначной. Точнее, имеет место

Утверждение 3. *В случае автаркии равновесные обратные функции спроса таковы, что*

$$E_{p(X,\Lambda)} = -r_u(X) \cdot E_X + E_\omega > E_\omega,$$
$$E_{p(z,\Lambda)} = \tau \cdot \frac{u''(0)}{u'(0)} \cdot \frac{dz}{d\tau} + E_\omega > E_\omega,$$
$$E_{p(x,\lambda)} = -r_u(x) \cdot E_x > 0,$$
$$E_{p(Z,\lambda)} = \tau \cdot \frac{u''(0)}{u'(0)} \cdot \frac{dZ}{d\tau} > 0.$$

В силу утверждения 3 при малом росте транспортных издержек цены (обратные функции спроса $p(x, \lambda)$ и $p(Z, \lambda)$) для потребителей в стране S растут. При этом определить точное поведение цен (обратных функций спроса $p(X, \Lambda)$ и $p(z, \Lambda)$) для потребителей в стране B не удаётся. Известно лишь, что их эластичности больше эластичности E_ω, которая принадлежит интервалу $(-1, 1)$ в виду (23). По-видимому, причина этого в том, что в стране S зарплата нормирована к единице, а в стране B зарплата является переменной (эндогенным параметром).

Теперь можно приступить к анализу поведения функций общественного благосостояния W^B и W^S (см. (12) и (13)). Исчерпывающую локальную сравнительную статику этих функций провести не удаётся. Компактное представление эластичностей функций W^B и W^S по τ даёт

Утверждение 4. *В случае автаркии имеют место следующие утверждения.*

1. *В стране B равновесная функция общественного благосостояния такова, что*

$$E_{W^B} = -\frac{1}{r_R(X)} \cdot ((1 - \mathcal{E}_R(X)) \cdot \mathcal{E}_u(X) \cdot \mathcal{E}_c(F) + \\ + (1 - \mathcal{E}_u(X)) \cdot \mathcal{E}_R(X) \cdot r_R(X) \cdot r_c(F)) \cdot E_F.$$

2. *В стране S равновесная функция общественного благосостояния такова, что*

$$E_{W^S} = -\frac{1}{r_R(x)} \cdot ((1-\mathcal{E}_R(x)) \cdot \mathcal{E}_u(x) \cdot \mathcal{E}_c(f) + \\ + (1-\mathcal{E}_u(x)) \cdot \mathcal{E}_R(x) \cdot r_R(x) \cdot r_c(x)) \cdot E_f.$$

В силу утверждения 4 имеем $E_{W^B} > 0$ тогда и только тогда, когда

$$\mathcal{E}_c(F) + \frac{(1-\mathcal{E}_u(X)) \cdot \mathcal{E}_R(X)}{(1-\mathcal{E}_R(X)) \cdot \mathcal{E}_u(X)} \cdot r_R(X) \cdot r_c(F) > 0,$$

равно как $E_{W^S} > 0$ тогда и только тогда, когда

$$\mathcal{E}_c(f) + \frac{(1-\mathcal{E}_u(x)) \cdot \mathcal{E}_R(x)}{(1-\mathcal{E}_R(x)) \cdot \mathcal{E}_u(x)} \cdot r_R(x) \cdot r_c(x) > 0.$$

Отметим, что в силу SOC (16) справедливы неравенства

$$\mathcal{E}_c(F) + r_R(X) \cdot r_c(F) > 0,$$
$$\mathcal{E}_c(f) + r_R(x) \cdot r_c(x) > 0,$$

что даёт надежду на получение необременительных достаточных условий возрастания функций общественного благосостояния вблизи автаркии.

3. Доказательства

Доказательство утверждения 1. В силу FOC (14) и (15)

$$\begin{cases} \Pi''_{XX} \cdot \frac{X}{\tau} = \Pi''_{X\Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\tau} \cdot r_R(X), \\ \Pi''_{XF} \cdot \frac{F}{\tau} = \Pi''_{X\Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\tau} \cdot \mathcal{E}_c(F), \\ \Pi''_{X\Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\tau} = \Pi''_{X\omega} \cdot \frac{\omega}{\tau} = -L \cdot \frac{R'(X)}{\tau \cdot \Lambda}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Pi''_{ZZ} = -\Pi''_{Z\tau} \cdot \frac{R''(0)}{R'(0)} \cdot \tau, \\ \Pi''_{ZF} \cdot \frac{F}{\tau} = \Pi''_{Z\tau} \cdot \mathcal{E}_c(F), \\ \Pi''_{Z\lambda} \cdot \frac{\lambda}{\tau} = \Pi''_{Z\omega} \cdot \frac{\omega}{\tau} = \Pi''_{Z\tau} = -l \cdot \frac{R'(0)}{\tau \cdot \lambda}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Pi''_{XF} \cdot \frac{X}{\tau} = \frac{\omega}{\tau}, \\ \Pi''_{ZF} = \frac{\omega}{\tau} \cdot \frac{l}{L \cdot X} \cdot \tau^2, \\ \Pi''_{FF} \cdot \frac{F}{\tau} = -\frac{\omega}{\tau} \cdot r_c(F), \end{cases} \qquad \begin{cases} \pi''_{xx} \cdot \frac{x}{\tau} = \pi''_{x\lambda} \cdot \frac{\lambda}{\tau} \cdot r_R(x), \\ \pi''_{xf} \cdot \frac{f}{\tau} = \pi''_{x\lambda} \cdot \frac{\lambda}{\tau} \cdot \mathcal{E}_c(f), \\ \pi''_{x\lambda} \cdot \frac{\lambda}{\tau} = -l \cdot \frac{R'(x)}{\tau \cdot \lambda}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \pi''_{zz} = -\pi''_{z\tau} \cdot \frac{R''(0)}{R'(0)} \cdot \tau, \\ \pi''_{zf} \cdot \frac{f}{\tau} = \pi''_{z\tau} \cdot \mathcal{E}_c(f), \\ \pi''_{z\Lambda} \cdot \frac{\Lambda}{\tau} = \pi''_{z\tau} = -L \cdot \frac{R'(0)}{\tau \cdot \Lambda}, \end{cases} \qquad \begin{cases} \pi''_{xf} \cdot \frac{x}{\tau} = \frac{1}{\tau}, \\ \pi''_{zf} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{L}{l \cdot x} \cdot \tau^2, \\ \pi''_{ff} \cdot \frac{f}{\tau} = -\frac{1}{\tau} \cdot r_c(f). \end{cases}$$

Кроме того,

$$\begin{cases} \Pi'_\Lambda \cdot \frac{\Lambda}{\tau} = \Pi'_\omega \cdot \frac{\omega}{\tau} = -L \cdot \frac{R(X)}{\Lambda} \cdot \frac{1}{\tau} < 0, \\ \pi'_\lambda \cdot \frac{\lambda}{\tau} = -L \cdot \frac{R(x)}{\lambda} \cdot \frac{1}{\tau} < 0. \\ \mathrm{TB}'_Z = \frac{R'(0)}{V(Q,F)\lambda}, \\ \mathrm{TB}'_z = -\frac{R'(0)}{V(q,f)\Lambda}, \end{cases}$$

поэтому

$$\begin{pmatrix} -r_R(X) & 0 & -\mathcal{E}_c(F) \\ 0 & \frac{R''(0)}{R'(0)} \cdot \tau & -\mathcal{E}_c(F) \\ 1 & \frac{l}{L \cdot X} \cdot \tau^2 & -r_c(F) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_X \\ \frac{dZ}{d\tau} \\ E_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_\Lambda + E_\omega \\ E_\lambda + E_\omega + 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -r_R(x) & 0 & -\mathcal{E}_c(f) \\ 0 & \frac{R''(0)}{R'(0)} \cdot \tau & -\mathcal{E}_c(f) \\ 1 & \frac{L}{l \cdot x} \cdot \tau^2 & -r_c(f) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ \frac{dz}{d\tau} \\ E_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_\lambda \\ E_\Lambda + 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} E_\Lambda = -E_\omega, \\ E_\lambda = 0, \end{cases}$$

$$\frac{dZ}{d\tau} = \frac{V(Q,F)}{V(q,f)} \cdot \frac{\lambda}{\Lambda} \cdot \frac{dz}{d\tau}. \tag{24}$$

Таким образом,

$$\begin{cases} E_X = -\frac{\mathcal{E}_c(F)}{r_R(X)} \cdot E_F, \\ \frac{dZ}{d\tau} = A \cdot E_F, \\ E_F = \frac{1}{B} \cdot (1 + E_\omega), \end{cases} \qquad \begin{cases} E_x = -\frac{\mathcal{E}_c(f)}{r_R(x)} \cdot E_f, \\ \frac{dz}{d\tau} = a \cdot E_f, \\ E_f = \frac{1}{b} \cdot (1 - E_\omega) \end{cases}$$

(определение выражений A, B, a и b см. в (19)–(22)).

Вместе с тем, из (24) получаем

$$E_\omega = \frac{V(Q,F) \cdot \lambda a B - V(q,f) \cdot \Lambda A b}{V(q,f) \cdot \Lambda A b + V(Q,F) \cdot \lambda a B}.$$

В силу SOC (16) $B < 0$, $b < 0$, поэтому $A > 0$, $a > 0$, так что в итоге имеем

$$1 + E_\omega = \frac{2 \cdot V(Q,F) \cdot \lambda a B}{V(q,f) \cdot \Lambda A b + V(Q,F) \cdot \lambda a B} > 0,$$

$$1 - E_\omega = \frac{2 \cdot V(q,f) \cdot \Lambda A b}{V(q,f) \cdot \Lambda A b + V(Q,F) \cdot \lambda a B} > 0.$$

Утверждение 1 доказано.

Доказательство утверждения 2. Сначала рассмотрим ситуацию в стране B. По определению в случае автаркии справедливы равенства

$$\begin{aligned}E_Q = \frac{\tau}{Q}\cdot\frac{dQ}{d\tau} = \frac{\tau}{Q}\cdot\left(L\cdot\frac{dX}{d\tau}+l\cdot\left(\tau\cdot\frac{dZ}{d\tau}+Z\right)\right) =\\ = \frac{\tau}{L\cdot X}\cdot\left(L\cdot\frac{dX}{d\tau}+l\cdot\tau\cdot\frac{dZ}{d\tau}\right) = E_X + \frac{l}{L}\cdot\frac{\tau}{X}^{2}\cdot\frac{dZ}{d\tau} =\\ = -\frac{\mathcal{E}_c(F)}{r_R(X)}\cdot E_F + \frac{r_R(X)\cdot r_c(F)+\mathcal{E}_c(F)}{r_R(X)}\cdot E_F = r_c(F)\cdot E_F.\end{aligned}$$

Далее, в силу FOC (14)

$$\begin{aligned}E_N = -E_{V(Q,F)} = -\frac{\tau}{V(Q,F)}\cdot\frac{d}{d\tau}(V(Q,F)) =\\ = -\frac{\tau}{V(Q,F)}\cdot\left(c(F)\cdot L\cdot\frac{dX}{d\tau}+c(F)\cdot l\cdot\tau\cdot\frac{dZ}{d\tau}\right) -\\ -\frac{\tau}{V(Q,F)}\cdot\left((c'(F)\cdot Q+1)\cdot\frac{dF}{d\tau}+c(F)\cdot l\cdot Z\right) =\\ = -\frac{c(F)\cdot\tau}{V(Q,F)}\cdot\left(L\cdot\frac{dX}{d\tau}+l\cdot\tau\cdot\frac{dZ}{d\tau}\right) =\\ = -\frac{R'(X)\cdot\tau}{L\cdot R(X)}\cdot\left(L\cdot\frac{dX}{d\tau}+l\cdot\tau\cdot\frac{dZ}{d\tau}\right) = -\frac{R'(X)\cdot\tau}{L\cdot R(X)}\cdot\frac{dQ}{d\tau} =\\ = -\frac{R'(X)\cdot X}{R(X)}\cdot\frac{\tau}{L\cdot X}\cdot\frac{dQ}{d\tau} = -\mathcal{E}_R(X)\cdot E_Q,\end{aligned}$$

поэтому

$$E_{NQ} = (1-\mathcal{E}_R(X))\cdot r_c(F)\cdot E_F,$$

$$\begin{aligned}E_{NF} = E_N + E_F = (1-\mathcal{E}_R(X)\cdot r_c(F))\cdot E_F =\\ = (\mathcal{E}_R(X)\cdot(1-\mathcal{E}_c(F)) - \mathcal{E}_R(X)\cdot r_c(F))\cdot E_F =\\ = (1-\mathcal{E}_c(F)-r_c(F))\cdot\mathcal{E}_R(X)\cdot E_F =\\ = \frac{c(F)\cdot c'(F)-(c'(F))^2\cdot F+c(F)\cdot c''(F)\cdot F}{c(F)\cdot c'(F)}\cdot\mathcal{E}_R(X)\cdot E_F =\\ = \frac{1}{\mathcal{E}_c(F)}\cdot\frac{(c'(F)+c''(F)\cdot F)\cdot c(F)-(c'(F))^2\cdot F}{(c(F))^2}\cdot F\cdot\mathcal{E}_R(X)\cdot E_F =\\ = \frac{\mathcal{E}_c'(F)\cdot F}{\mathcal{E}_c(F)}\cdot\mathcal{E}_R(X)\cdot E_F = \mathcal{E}_{\mathcal{E}_c}(F)\cdot\mathcal{E}_R(X)\cdot E_F.\end{aligned}$$

Ситуация в стране S рассматривается аналогично. Утверждение 2 доказано.

Доказательство утверждения 3. Имеем

$$E_{p(X,\Lambda)} = E_{u'(X)} - E_\Lambda = \mathcal{E}_{u'}(X) \cdot E_X - E_\Lambda = -r_u(X) \cdot E_X + E_\omega > E_\omega,$$

$$E_{p(z,\Lambda)} = E_{u'(z)} - E_\Lambda = \frac{\tau}{u'(z)} \cdot \frac{d}{d\tau}(u'(z)) + E_\omega = \\ = \tau \cdot \frac{u''(0)}{u'(0)} \cdot \frac{dz}{d\tau} + E_\omega > E_\omega,$$

$$E_{p(x,\lambda)} = E_{u'(x)} - E_\lambda = \mathcal{E}_{u'}(x) \cdot E_x - 0 = -r_u(x) \cdot E_x > 0,$$

$$E_{p(Z,\lambda)} = E_{u'(Z)} - E_\lambda = \frac{\tau}{u'(Z)} \cdot \frac{d}{d\tau}(u'(Z)) = \tau \cdot \frac{u''(0)}{u'(0)} \cdot \frac{dZ}{d\tau} > 0.$$

Утверждение 3 доказано.

Доказательство утверждения 4. В стране B

$$\frac{dW^B}{d\tau} = \frac{\partial W^B}{\partial X} \cdot \frac{dX}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial Z} \cdot \frac{dZ}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial x} \cdot \frac{dx}{d\tau} + \\ + \frac{\partial W^B}{\partial z} \cdot \frac{dz}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial F} \cdot \frac{dF}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial f} \cdot \frac{df}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial \tau},$$

при этом

$$\frac{\partial W^B}{\partial x} = -\frac{L \cdot l^2}{(V(q,f))^2} \cdot u(0) \cdot c(f) = 0,$$

$$\frac{\partial W^B}{\partial F} = -\frac{L^2}{(V(Q,F))^2} \cdot u(X) \cdot (c'(F) \cdot Q + 1) = 0,$$

$$\frac{\partial W^B}{\partial f} = -\frac{L \cdot l}{(V(q,f))} \cdot u(z) \cdot (c'(f) \cdot q + 1) = 0,$$

$$\frac{\partial W^B}{\partial \tau} = -\frac{L^2 \cdot u(X)}{(V(Q,F))^2} \cdot c(F) \cdot l \cdot Z - \frac{L \cdot l \cdot u(z)}{(V(q,f))^2} \cdot c(f) \cdot L \cdot z = \\ = -\frac{L^2 \cdot u(X)}{(V(Q,F))^2} \cdot c(F) \cdot l \cdot 0 - \frac{L \cdot l \cdot u(0)}{(V(q,f))^2} \cdot c(f) \cdot L \cdot 0 = 0,$$

поэтому

$$\frac{dW^B}{d\tau} = \frac{\partial W^B}{\partial X} \cdot \frac{dX}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial Z} \cdot \frac{dZ}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial z} \cdot \frac{dz}{d\tau}.$$

Далее, в силу FOC (14), (15) и условий свободы входа (17)

$$\frac{\partial W^B}{\partial X} = L^2 \cdot \frac{u'(X) \cdot V(Q,F) - u(X) \cdot c(F) \cdot L}{(V(Q,F))^2} = \\ = \frac{L^2 \cdot u(X)}{X \cdot V(Q,F)} \cdot \mathcal{E}_u(X) - \frac{L^2 \cdot u(X)}{X \cdot V(Q,F)} \cdot \frac{c(F) \cdot L \cdot X}{V(Q,F)} =$$

$$= \frac{W^B}{X} \cdot (\mathcal{E}_u(X) - \mathcal{E}_R(X)),$$

$$\frac{\partial W^B}{\partial Z} = -L^2 \cdot u(X) \cdot \frac{c(F) \cdot l \cdot \tau}{(V(Q,F))^2} = -\frac{L^2 \cdot u(X)}{X \cdot V(Q,F)} \cdot \frac{c(F) \cdot l \cdot \tau \cdot X}{V(Q,F)} =$$

$$= -L \cdot l \cdot \frac{u(X)}{X \cdot V(Q,F)} \cdot \tau \cdot \mathcal{E}_R(X) = -\frac{l}{L} \cdot \frac{W^B}{X} \cdot \tau \cdot \mathcal{E}_R(X),$$

$$\frac{\partial W^B}{\partial z} = L \cdot l \cdot \frac{u'(0) \cdot V(q,f) - u(0) \cdot c(f) \cdot L \cdot \tau}{(V(q,f))^2} =$$

$$= L \cdot l \cdot \frac{u'(0)}{V(q,f)} = L \cdot l \cdot \frac{R'(0)}{V(q,f)},$$

поэтому

$$\frac{\partial W^B}{\partial X} \cdot \frac{dX}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial Z} \cdot \frac{dZ}{d\tau} =$$

$$= -\frac{W^B}{X} \cdot (\mathcal{E}_u(X) - \mathcal{E}_R(X)) \cdot \frac{X}{\tau} \cdot \frac{\mathcal{E}_c(F)}{r_R(X)} \cdot E_F -$$

$$- \frac{l}{L} \cdot \frac{W^B}{X} \cdot \tau \cdot \mathcal{E}_R(X) \cdot \frac{L}{l} \cdot \frac{X}{r_R(X)} \cdot \frac{1}{\tau^2} \cdot (r_R(X) \cdot r_c(F) + \mathcal{E}_c(F)) \cdot E_F =$$

$$= -\frac{W^B}{\tau} \cdot \frac{1}{r_R(X)} \cdot (\mathcal{E}_u(X) \cdot \mathcal{E}_c(F) + \mathcal{E}_R(X) \cdot r_R(X) \cdot r_c(F)) \cdot E_F,$$

$$\frac{\partial W^B}{\partial z} \cdot \frac{dz}{d\tau} = \frac{\partial W^B}{\partial z} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda} \cdot \frac{V(q,f)}{V(Q,F)} \cdot \frac{dZ}{d\tau} =$$

$$= L \cdot l \cdot \frac{R'(0)}{V(q,f)} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda} \cdot \frac{V(q,f)}{V(Q,F)} \cdot \frac{dZ}{d\tau} =$$

$$= L \cdot l \cdot \frac{R'(0)}{V(Q,F)} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda} \cdot \frac{L}{l} \cdot \frac{X}{r_R(X)} \cdot \frac{1}{\tau^2} \cdot (r_R(X) \cdot r_c(F) + \mathcal{E}_c(F)) \cdot E_F =$$

$$= \frac{L^2}{\tau} \cdot \frac{R'(0)}{V(Q,F)} \cdot \frac{\Lambda}{\lambda} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{X}{r_R(X)} \cdot (r_R(X) \cdot r_c(F) + \mathcal{E}_c(F)) \cdot E_F =$$

$$= \frac{L^2}{\tau} \cdot \frac{R'(X)}{V(Q,F)} \cdot \frac{X}{r_R(X)} \cdot (r_R(X) \cdot r_c(F) + \mathcal{E}_c(F)) \cdot E_F =$$

$$= \frac{L^2}{\tau} \cdot \frac{u'(X) \cdot \mathcal{E}_R(X)}{V(Q,F)} \cdot \frac{X}{r_R(X)} \cdot (r_R(X) \cdot r_c(F) + \mathcal{E}_c(F)) \cdot E_F =$$

$$= \frac{L^2}{\tau} \cdot \frac{u(X)}{V(Q,F)} \cdot \frac{\mathcal{E}_u(X) \cdot \mathcal{E}_R(X)}{r_R(X)} \cdot (r_R(X) \cdot r_c(F) + \mathcal{E}_c(F)) \cdot E_F =$$

$$= \frac{W^B}{\tau} \cdot \frac{\mathcal{E}_u(X) \cdot \mathcal{E}_R(X)}{r_R(X)} \cdot (r_R(X) \cdot r_c(F) + \mathcal{E}_c(F)) \cdot E_F.$$

Таким образом,

$$\frac{\partial W^B}{\partial X} \cdot \frac{dX}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial Z} \cdot \frac{dZ}{d\tau} = \\ = -\frac{W^B}{\tau} \cdot \frac{\mathcal{E}_u(X) \cdot \mathcal{E}_c(F) + \mathcal{E}_R(X) \cdot r_R(X) \cdot r_c(F)}{r_R(X)} \cdot E_F,$$

$$\frac{\partial W^B}{\partial z} \cdot \frac{dz}{d\tau} = \frac{W^B}{\tau} \cdot \frac{\mathcal{E}_u(X) \cdot \mathcal{E}_R(X) \cdot (r_R(X) \cdot r_c(F) + \mathcal{E}_c(F))}{r_R(X)} \cdot E_F,$$

поэтому

$$\frac{dW^B}{d\tau} = \frac{\partial W^B}{\partial X} \cdot \frac{dX}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial Z} \cdot \frac{dZ}{d\tau} + \frac{\partial W^B}{\partial z} \cdot \frac{dz}{d\tau} = \\ = -\frac{W^B}{\tau} \cdot \frac{r_u(X)\mathcal{E}_u(X)\mathcal{E}_c(F) + (1 - \mathcal{E}_u(X))\mathcal{E}_R(X) r_R(X) r_c(F)}{r_R(X)} \cdot E_F,$$

т. е.

$$E_{W^B} = -\frac{(1 - \mathcal{E}_R(X))\mathcal{E}_u(X)\mathcal{E}_c(F) + (1 - \mathcal{E}_u(X))\mathcal{E}_R(X) r_R(X) r_c(F)}{r_R(X)} \cdot E_F.$$

Ситуация в стране S рассматривается аналогично. Утверждение 4 доказано.

Заключение

В работе исследуется однородная модель международной торговли двух стран («большой» B и «малой» S) при монополистической конкуренции производителей. Предполагается, что доставка товаров в другую страну требует транспортных издержек по типу айсберга (iceberg type). Функция издержек такова, что предельные издержки являются убывающими функциями от фиксированных издержек (инвестиций в НИОКР).

Поскольку явное вычисление равновесия не представляется возможным, проведена локальная сравнительная статика равновесия по транспортным издержкам τ.

Оказывается, что в ситуации автаркии при малом росте τ

• индивидуальные потребления (как «домашних», так и импортных товаров) в каждой стране убывают;

• выпуск каждой фирмы в каждой стране убывает;

• масса фирм в каждой стране растёт;

• затраты на инвестиции в НИОКР каждой фирмы в каждой стране убывают;

• поведение общих затрат на инвестиции в НИОКР в каждой стране зависят от монотонности «эластичности эластичности» предельных издержек $c(\cdot)$ как функции от инвестиций в НИОКР;

• цены в стране S растут.

Вопрос о локальной сравнительной статике общественного благосостояния («полной полезности») требует дальнейшего рассмотрения. Получены компактные представления эластичностей по τ для общественного благосостояния. Это позволяет надеяться на получение необременительных достаточных условий для подтверждения гипотезу: либерализация торговли вблизи автаркии ухудшает общественное благосостояние. Ранее эта гипотеза была подтверждена в [7] для случая линейных производственных издержек.

Наконец, интересно распространить полученные результаты на случай большего числа стран. Однако здесь возникает вопрос о характере так называемой «предавтаркии» — ситуации, когда некоторые страны останавливают торговлю с некоторыми другими странами, а дальнейший рост транспортных издержек приводит к полной автаркии. Для случая двух стран такой проблемы нет: если страна 1 не поставляет товары в страну 2, то — в силу торгового баланса — страна 2 прекращает поставлять товары в страну 1.

Финансирование работы

Исследование выполнено в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева (проект № FWNF–2022–0019). Дополнительных грантов на проведение или руководство этим исследованием получено не было.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Литература

1. **Syverson C.** Prices, spatial competition, and heterogeneous producers: An empirical test // J. Ind. Econ. 2007. V. 55, No. 2. P. 197–222.
2. **Campbell J. R., Hopenhayn H. A.** Market size matters // J. Ind. Econ. 2005. V. 53, No. 1. P. 1–25.
3. **Hummels D., Klenow P. T.** The variety and quality of a nation's exports // Am. Econ. Rev. 2005. V. 95, No. 3. P. 704–723.
4. **Dixit A., Stiglitz J.** Monopolistic competition and optimum product diversity // Am. Econ. Rev. 1977. V. 67, No. 3. P. 297–308.
5. **Krugman P. R.** Increasing returns, monopolistic competition, and international trade // J. Int. Econ. 1979. V. 9, No. 4. P. 469–479.
6. **Melitz M. J.** The impact of trade on intra-industry reallocations and aggregate industry productivity // Econometrica. 2003. V. 71, No. 6. P. 1695–1725.
7. **Kokovin S., Molchanov P., Bykadorov I.** Increasing returns, monopolistic competition, and international trade: Revisiting gains from trade // J. Int. Econ. 2022. V. 137. Article ID 103595. 22 p.

8. **Zhelobodko E., Kokovin S., Parenti M., Thisse J.-F.** Monopolistic competition in general equilibrium: Beyond the constant elasticity of substitution // Econometrica. 2012. V. 80, No. 6. P. 2765–2784.
9. **Behrens K., Murata Y.** General equilibrium models of monopolistic competition: A new approach // J. Econ. Theory. 2007. V. 136, No. 1. P. 776–787.
10. **Ottaviano G. I. P., Tabuchi T., Thisse J.-F.** Agglomeration and trade revisited // Int. Econ. Rev. 2002. V. 43, No. 2. P. 409–436.

Быкадоров Игорь Александрович

Статья поступила
25 ноября 2024 г.
После доработки —
20 января 2025 г.
Принята к публикации
22 марта 2025 г.

DISKRETNYI ANALIZ I ISSLEDOVANIE OPERATSII
/DISCRETE ANALYSIS AND OPERATIONS RESEARCH/
April–June 2025. Vol. 32, No. 2. P. 5–29

UDC 519.86 DOI: 10.33048/daio.2025.32.819

INTERNATIONAL TRADE MODEL WITH INVESTMENT IN R&D UNDER MONOPOLISTIC COMPETITION: EQUILIBRIUM IN AUTARKY SITUATION

I. A. Bykadorov

Sobolev Institute of Mathematics,
4 Acad. Koptyug Avenue, 630090 Novosibirsk, Russia
E-mail: `bykad@math.nsc.ru`

Abstract. A model of international trade between two countries under monopolistic competition of producers is investigated. The consumer utility functions are additively separable, transport costs are taken as an iceberg type, the production cost function is nonlinear: Marginal costs are a decreasing function of R&D investments. Market equilibrium is considered in the autarky situation, when transport costs are so high that international trade ceases. Comparative statics is carried out on transport costs of equilibrium variables (individual consumption, size and mass of firms, and prices), as well as social welfare. Bibliogr. 10.

Keywords: monopolistic competition, international trade, consumer, producer, investments in R&D, iceberg transport costs, equilibrium, autarky.

References

1. **C. Syverson,** Prices, spatial competition, and heterogeneous producers: An empirical test, *J. Ind. Econ.* **55** (2), 197–222 (2007).
2. **J. R. Campbell** and **H. A. Hopenhayn,** Market size matters, *J. Ind. Econ.* **53** (1), 1–25 (2005).
3. **D. Hummels** and **P. T. Klenow,** The variety and quality of a nation's exports, *Am. Econ. Rev.* **95** (3), 704–723 (2005).
4. **A. Dixit** and **J. Stiglitz,** Monopolistic competition and optimum product diversity, *Am. Econ. Rev.* **67** (3), 297–308 (1977).
5. **P. R. Krugman,** Increasing returns, monopolistic competition, and international trade, *J. Int. Econ.* **9** (4), 469–479 (1979).
6. **M. J. Melitz,** The impact of trade on intra-industry reallocations and aggregate industry productivity, *Econometrica* **71** (6), 1695–1725 (2003).

English transl.: *Journal of Applied and Industrial Mathematics* **19** (2) (2025).

7. **S. Kokovin, P. Molchanov,** and **I. Bykadorov,** Increasing returns, monopolistic competition, and international trade: Revisiting gains from trade, *J. Int. Econ.* **137**, ID 103595 (2022).
8. **E. Zhelobodko, S. Kokovin, M. Parenti,** and **J.-F. Thisse,** Monopolistic competition in general equilibrium: Beyond the constant elasticity of substitution, *Econometrica* **80** (6), 2765–2784 (2012).
9. **K. Behrens** and **Y. Murata,** General equilibrium models of monopolistic competition: A new approach, *J. Econ. Theory* **136** (1), 776–787 (2007).
10. **G. I. P. Ottaviano, T. Tabuchi,** and **J.-F. Thisse,** Agglomeration and trade revisited, *Int. Econ. Rev.* **43** (2), 409–436 (2002).

Igor A. Bykadorov

Received November 25, 2024
Revised January 20, 2025
Accepted March 22, 2025